SÉRIE A, n° 4188
N° D'ORDRE : 5039

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RAOUL HUSSON

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LICENCIÉ ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES
DIPLOMÉ D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE
ET DE CALCUL DES PROBABILITÉS
DOCTEUR ÈS SCIENCES NATURELLES
MAITRE DE RECHERCHES AU C.N.R.S.

1re THÈSE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE ET CONTRIBUTIONS DIVERSES A LA THÉORIE DES PAVILLONS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

ONDES ÉVANESCENTES EN ACOUSTIQUE ET EN OPTIQUE ET ONDES CONIQUES SÉISMIQUES DE CAGNIARD

Soutenues le *1965, devant la Commission d'Examen*

15 DEC 1965

Jury { MM. ROCARD — *Président.*
SOULAIRAC, DELLOUE — *Examinateurs.*

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN

Série A, n° 4188
N° d'ordre : 5039

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Raoul HUSSON

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
LICENCIÉ ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES
DIPLOMÉ D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE
ET DE CALCUL DES PROBABILITÉS
DOCTEUR ÈS SCIENCES NATURELLES
MAITRE DE RECHERCHES AU C.N.R.S.

1re THÈSE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE ET CONTRIBUTIONS DIVERSES A LA THÉORIE DES PAVILLONS

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

ONDES ÉVANESCENTES EN ACOUSTIQUE ET EN OPTIQUE ET ONDES CONIQUES SÉISMIQUES DE CAGNIARD

Soutenues le *1965, devant la Commission d'Examen*

Jury : MM. ROCARD, *Président.* — SOULAIRAC, DELLOUE, *Examinateurs.*

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE ET CONTRIBUTIONS DIVERSES A LA THÉORIE DES PAVILLONS

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534906_0077

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen . . . . . M. ZAMANSKY

PROFESSEURS :

G. JULIA	T	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
PRENANT	T	Anatomie et histologie comparée.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
WYART.....	T	Minéralogie et cristallo.
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie vég. (Orsay).
AUGER	T	Physique quantique et relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du globe.
Mlle COUSIN ...	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).
EPHRUSSI.....	T	Génétique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.) et sédim.
GAUTHERET ...	T	Biologie végétale (P.C.B.).
LUCAS R.	T	Recherches physiques.
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND.....	T	Physique enseignement.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).
FORTIER.....	T	Mécanique exp. des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Botanique.
DE CUGNAC ...	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mlle CAUCHOIS .	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du globe.
L'HÉRITIER ...	T	Biologie générale (Orsay).
GRIVET.....	T	Radio-électricité (Orsay).
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER ...	T	Chimie macromoléculaire.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et struc.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay).
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES ..	T	Théories physiques.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie et cristallo.
J.-P. MATHIEU .	T	Physique optique.
COUTEAUX	T	Cytologie.
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et topologie.
FELDMANN	T	Biologie végétale marine.
GUINIER.....	T	Physique des solides (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.
SCHWARTZ	T	Calcul diff. et intégral.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD.....	T	Aviation (techn. aéronaut.).
BRELOT	T	Calcul diff. et intégral.
NORMANT.....	T	Chimie organique.
BENARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
DUGUE	T	Statistiques mathématiques.
SOULAIRAC.....	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appli.
KIRRMANN.....	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD....	T	Botanique.
Mlle LE BRETON	T	Physiologie de la nutrition.
LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie.
DEVILLERS	T	Anatomie et histologie comp.
EHRESMANN ...	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
GLANGEAUD ...	T	Géographie phys. et géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.).
PISOT	T	Tech. mathém. de la phys.
ROCH	T	Géologie.
SCHATZMAN ...	T	Astrophysique.
TERMIER	T	Paléontologie stratig.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M.G.P.).
RIZET	T	Génétique.
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
Mme TONNELAT.	T	Physique théorique.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Électrotechnique générale.
BRUSSET	T	Chimie systématique.
M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
Mme CHAIX ...	T	Chimie biologique.
Mme HUREL-PY	T	Biologie végétale (P.C.B.).
PIAUX	T	Chimie (M.P.C.).
BRUN	T	Mécanique théorique des fluides.
LEDERER	T	Chimie biologique.
Mme DUBREIL .	T	Mathématique (agrég.).
Mme LELONG ..	T	Mathématiques II (E.N.S.).
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).
COTTE.....	T	Physique électricité.
DUBOIS J.-E. ..	T	Chimie organique.
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.).
MICHEL A.	T	Chimie minérale (Orsay).
OLMER	T	Énergétique générale.
ROUAULT	T	Électricité (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
BARCHEWITZ ...	T	Chimie physique.
BROSSEL.....	T	Physique atomique.
BUSER	T	Physiologie comparée.
CAMUS	T	Physiol. végétale (B.M.P.V.).

Castaing	T	Physique II thermod. (Orsay).
Curien	T	Minéralogie et cristallographie.
Moyse	T	Physiologie végét. (Orsay).
Noirot	T	Évolution des êtres organisés.
Pannetier	T	Chimie générale.
Possompes	T	Zoologie.
Pullmann.....	T	Chimie quantique.
Teillac	T	Physique nucl. et radio-activité.
Tonnelat	T	Biologie physico-chimique.
Villé	T	Économétrie.
Willemart ...	T	Chimie (P.C.B.).
Dode	T	Chimie (Orsay).
Freymann	T	Recherches physiques.
Guinochet ...	T	Biol. vég. (S.P.C.N.) (Orsay).
Rollet	T	Chimie minérale.
Mlle Josien ...	T	Chimie (S.P.C.N.).
Chevalley ...	T	Géométrie algéb. et théorie des groupes.
Arnoult	T	Électronique (Orsay).
Chapelle	T	Physique (Orsay).
Delange	T	Mathématiques I (Orsay).
Deny	T	Mathématiques géné. (Orsay).
Germain	T	Mécanique théor. des fluides.
Lucas G.	T	Géologie.
Allard	T	Chimie physique.
Berthelot ...	T	Phys. des particules fond.
Bricart	T	Météo. et phys. de l'atmosph.
Mme Albe-Fessard	T	Phychophysiologie.
Friedel	T	Physique des solides (Orsay).
M. Julia	T	Études des moléculaires naturelles complexes.
Lender	T	Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).
Magat	T	Physico-chimie des radio-éléments.
Mlle Quintin .	T	Électrochimie.
Monod	T	Chimie du métabolisme.
Benoit.....	T	Physiol. anim. (Orsay).
De Possel ...	T	Analyse numérique.
Charlot	T	Chimie analytique.
Lemée	T	Physiologie vég. (B.M.P.V.) (Orsay).
Guérin	T	Chimie (M.P.C.) (Orsay).
Chatelet M. ..	T	Chimie (P.C.B.).
Jean	T	Physique nucléaire (Orsay).
Mattler	T	Physique (S.P.C.N.).
Bergerard ...	T	Zoologie (Orsay).
Bertein	T	Électronique (Orsay).
Bouissières ..		Chimie des radio-éléments (Orsay).
Mme Couture..	T	Thermodynamique et méc. physique.
Ellenberger..	T	Géologie des grandes régions du globe.
Franc	T	Biologie animale (P.C.B.).
Schnell		Botanique tropicale (Orsay).
Stolkowski ...	T	Physiologie végétale.
Acher		Chimie biol. (Orsay).
Baudoin		Biologie animale (P.C.B.).
Beaumont.....		Biologie animale (S.P.C.N.).
Blamont	T	Géophysique ionosphère.
Bourreau		Botanique.
Curie D.....		Physique (M.G.P.).
Durand-Delga	T	Géologie.
Freon	T	Chimie organique (Orsay).
Heller	T	Physiolog. végétale.
Tortrat	T	Calcul des probabilités.
Cailleux		Géologie (S.P.C.N.).
Magnan.....	T	Physique (S.P.C.N.).
Daudel	T	Mécanique ondulatoire appliq. à la chim. théor. et à la physique nucléaire.
Mlle Fourcroy.		Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mme Choquet-Bruhat ...	T	Mécanique analytique et mécanique céleste.
Mlle Veil		Physiologie générale.
Lwoff	T	Microbiologie.
Siestrunck....	T	Mécan. phys. et expérim.
Lacombe	T	Métallurg. des métaux nucl.
Brochard	T	Physique (P.C.B.). (Orsay).
Cabannes	T	Mécanique générale.
Lesieur.....	T	Mathématiques I (Orsay).
Mazet	T	Mécanique générale (Orsay).
Caire		Géographie phys. et géol. dynamique.
Comolet	T	Mécanique des fluides.
Coraboeuf ...		Physiologie animale (Orsay).
Delloue		Physique de l'exosphère.
Gorenflot ...		Botanique II (Orsay).
Houillon		Biologie animale (P.C.B.).
Jullien J. ...		Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).
Malgrange ...	T	Technique math. de la physique (Orsay).
Olivier		Antropologie.
Nozeran	T	Botanique II (Orsay).
Blanc-Lapierre	T	Physique (E.N.S.) (Orsay).
Chevaugeon ..	T	Botanique (Orsay).
Kahane.....	T	Mathématiques (Orsay).
Samuel	T	Mathémat. féminines (E.N.S.).
Kourganoff ..	T	Astronomie (Orsay).
Thiry	T	Mécanique céleste.
Abelès		Physique (S.P.S.C.N.).
Amat		Physique (P.C.B.).
Auboin		Géologie.
Mme Benoit-Gueutal..		Physique nucl. et radioactivité.
Bougis		Biologie marine (Villefranche-sur-Mer).
Bruhat	T	Mathématiques (M.P.C.).
Brunn	T	Géologie historique (Orsay).
Chabbal		Physique (M.G.P.) (Orsay).
Deheuvels ...	T	Mathématique propé. (Orsay).
D'Espagnat ..		Physique théorique (Orsay).
Furon		Géologie (S.P.C.N.).
Mme Gans.....	T	Génétique.
Geneves		Biologie végétale (P.C.B.).
Guilbert		Physique (C.U.S.) (Orléans).
Hupe		Pétrographie.
Hollande.....	T	Biologie générale.
Lions	T	Analyse numérique.
Maitte		Chimie (P.C.B.).
Meyer		Physique propédeutique.
Nicolas		Géologie appliquée.
Panigel		Biologie générale.
Ravier		Pétrographie.
Roseau	T	Mécanique théor. des fluides.
Roubine		Électronique.
Silber	T	Chimie (P.C.B.).
Uebersfeld ..	T	Électronique.
Yvon	T	Théories physiques.

Secrétaire général. . . . R. Poullain

A M. Yves ROCARD,
Professeur
à la Faculté des Sciences de Paris,
Directeur du Laboratoire de Physique
de l'École Normale Supérieure

qui m'a éclairé et soutenu sans défaillance,
Hommage d'affectueuse gratitude
et de très vieille amitié

A M. André SOULAIRAC,
Professeur de Psychophysiologie
à la Faculté des Sciences de Paris

qui a mis à ma disposition, dès 1961
les moyens expérimentaux indispensables,
Hommage de profonde reconnaissance

A M. Jean FAVARD,
Professeur d'Analyse Supérieure
à la Faculté des Sciences de Paris,
Professeur à l'École Polytechnique

Hommage de très vieille amitié
et de gratitude affectueuse

A M. Philippe FABRE,
Ancien Professeur de Physique Biologique
à la Faculté de Médecine de Lille,
Membre correspondant
de l'Académie Nationale de Médecine,
Inventeur de la Glottographie Électrique (1957)

Hommage d'admiration
et de très respectueuse gratitude

A MM. BOHUSLAV HALA,
Membre de l'Académie Tchécoslovaque des Sciences,
Directeur des Instituts de Phonétique de Prague

et

ANTE SERCER,
Membre de l'Académie Yougoslave des Sciences,
Professeur à la Faculté de Médecine de Zagreb,
génial réalisateur de l'Otospongiose expérimentale,

dont la constante sollicitude a été
un précieux stimulant
et un encouragement permanent,
Hommage d'amitié et de profond respect

INTRODUCTION

0,1 A dater d'octobre 1956, nous avons entrepris différentes recherches, tant théoriques qu'expérimentales, en vue d'analyser les phénomènes physiques de toute nature qui interviennent de la glotte aux lèvres dans la formation de la voix humaine. Le présent travail assemble et expose les résultats de certaines de ces recherches, qui se poursuivent toujours actuellement.

0,2 La première partie du travail étudie le fonctionnement aérodynamique de la sirène laryngée pendant la phonation.

Aux faibles intensités vocales, la trachée forme une *tuyère convergente* dont seule varie en fonction du temps la surface de l'ouverture aval.

Aux grandes intensités, à la tuyère trachéale convergente fait suite un canal glottique *faiblement divergent*, dont la section varie rapidement et périodiquement en fonction du temps. De plus, les lèvres glottiques se referment à chaque période avec une vitesse très élevée. Nous avons formé les équations de cet écoulement en *régime variable* en y introduisant un terme *percussionnel* représentant l'effet du mouvement rapide des parois sur la veine fluide, et nous avons ainsi pu montrer que le mouvement rapide des bords de la glotte était susceptible d'accroître considérablement la vitesse de fuite au sortir du larynx.

Cette dernière particularité explique la présence d'harmoniques ultra-sonores dans les cris de certains microchiroptères, ainsi que dans les fournitures vocaliques humaines de très grande intensité où nous les avons récemment mis en évidence.

0,3 La seconde partie du travail développe la Théorie des Pavillons dans quatre directions, en se bornant à la considération d'amplitudes petites.

Dans le cas d'un profil indépendant du temps, nous avons pu définir, sur l'équation dite de Webster — moyennant une extension ingénieuse de la notion de solution sinusoïdale propagée qui nous a été suggérée par M. Jean Favard — des solutions propagées *oscillatoires*, non sinusoïdales, s'annulant une infinité discrète de fois entre $-\infty$ et $+\infty$, solutions d'équations de Sturm-Liouville. Sur de telles solutions, nous avons pu ensuite définir les conditions nécessaires et suffisantes de l'existence d'une fréquence-limite généralisant elle-même la notion de *fréquence de coupure* des solutions propagées sinusoïdales.

Nous avons ensuite formé les équations de propagation au sein de pavillons dont la section *variait en fonction du temps*. La prise en considération de tels pavillons était rendue nécessaire par l'étude des *voyelles parlées*, au cours de la formation desquelles le pavillon pharyngo-buccal se déforme rapidement. Il peut se présenter ici deux fréquences

***

de coupure généralisées, l'une relative à la variable espace, l'autre relative à la variable temps, toutes deux en général différentes.

Nous avons en outre formé les équations de la propagation acoustique en supposant que le pavillon présentait des *absorptions*, soit *pariétales* (selon Lord Rayleigh), soit *volumiques* (selon Stokes), et ceci que le profil du pavillon soit invariable ou variable avec le temps. La prise en considération d'absorptions était rendue nécessaire par l'importance, au sein du pavillon pharyngo-buccal et pendant la phonation, des absorptions dont nous avons pu mesurer le niveau, de la glotte aux lèvres (atteignant parfois 20 dB).

Nous avons enfin formé les équations de propagation au sein de pavillons emplis d'un milieu en *mouvement turbulent*, que ces pavillons soient absorbants ou non, à profil variable avec le temps ou non. Par une étude élémentaire, nous avons pu retrouver certains des résultats de Tatarski (1953) établissant que, dans de telles conditions, les amplitudes et les phases des ondes propagées subissaient des fluctuations aléatoires. La prise en considération de turbulences aléatoires au sein des pavillons était rendue nécessaire par l'existence d'une forte *diffusion turbulente* au sein du pavillon pharyngo-buccal, au moins aux grandes intensités de la voix, mise en évidence par nous en 1961.

0,4 Dans la troisième et dernière partie, nous avons étudié les répercussions apportées au fonctionnement de la sirène glottique par la présence du pavillon pharyngo-buccal et par l'existence, à la sortie de ce dernier, d'une onde progressive extérieure (la voix).

Ces répercussions ont une double origine : les unes sont issues des *sensibilités internes* éveillées dans les parois du pavillon par les états vibratoires qui s'y développent; les autres proviennent de l'*impédance ramenée* sur le larynx, soit par le pavillon lui-même, soit par le rayonnement extérieur.

Nous avons esquissé l'étude théorique des répercussions impédancielles en *couplant* les grandeurs caractéristiques des écoulements laryngiens, établies dans la première partie de cette étude, avec les fonctions définissant la propagation acoustique au sein du pavillon faisant suite au larynx, établies dans la seconde partie. Pour éviter des complications d'ordre analytique, ici sans intérêt, nous avons mis en équation le couplage de la sirène glottique avec des systèmes acoustiques simples : tuyau de section invariable, d'abord; résonateur de Helmholtz, ensuite; puis tuyau à la fois contractile et absorbant.

Nous avons ainsi pu rendre compte des modifications expérimentalement observées au niveau du larynx : *a*) soit en faisant varier l'*impédance de rayonnement* seule; *b*) soit en faisant varier seulement la *configuration du pavillon* (en fonction de l'abscisse mais non du temps); *c*) soit durant le *mouvement rapide* des parois du pavillon (la configuration variant en fonction du temps mais non de l'abscisse); *d*) soit au voisinage d'une *résonance* accrochée au sein du pavillon.

0,5 Le présent travail n'offrait guère d'occasions de développer des applications numériques.

La seconde partie, réservée à la formation d'équations de propagation dans des conditions inhabituelles à l'acoustique classique, n'en comportait pas.

Dans la troisième partie, l'impossibilité où l'on se trouve de remplacer le pavillon pharyngo-buccal par un système analytiquement équivalent enlevait tout intérêt à un calcul numérique d'impédance ramenée. Dès lors le but de l'analyse développée ne

pouvait être que de rendre compte du sens et de la nature des variations observées au niveau du larynx dans le décours de la surface de l'ouverture glottique, résultat qui a été pleinement atteint.

Dans la première partie cependant, nous avons tenu, par une application numérique (d'ailleurs délicate), à déterminer l'ordre de grandeur du supplément de vitesse de fuite hors de la glotte, introduit par le mouvement rapide de rapprochement des cordes vocales à la fin de chaque période.

Autre fait à signaler : malgré l'abondance des documents photographiques recueillis depuis 1957 (tomogrammes, spectrogrammes, phonogrammes de Ph. Fabre), nous ne présentons que des dessins au trait, effectués par nous d'après les épreuves photographiques. C'est que ces dernières sont souvent peu nettes et, au surplus, souvent altérées par le clichage; et qu'enfin leur reproduction est onéreuse.

0,6 M. Yves Rocard, professeur à la Faculté des Sciences de Paris et Directeur du Laboratoire de Physique de l'École Normale Supérieure, nous a, des années durant et avec une inlassable amitié, prodigué sa sollicitude et ses conseils. Nous l'en remercions d'autant plus vivement que, sans son travail initial de 1935 relatif à la Théorie des Pavillons — établissant notamment l'équation générale de propagation dans le cas des amplitudes finies — la seconde partie de notre travail n'aurait probablement jamais été édifiée.

Notre gratitude vis-à-vis de M. André Soulairac, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, est également très grande. C'est grâce à lui que nous disposons depuis 1961, au sein de ses propres Laboratoires, d'un centre de recherches équipé des moyens expérimentaux modernes qui nous étaient indispensables. De plus, la fréquentation de ses Cours, depuis 1954, nous a enrichi de connaissances biologiques sans lesquelles certains aspects des problèmes étudiés nous eussent échappé.

Nous remercions M. Jean Favard, professeur à l'Institut Henri Poincaré et à l'École Polytechnique, auquel nous avions soumis notre rédaction initiale sur la recherche des conditions d'existence d'une fréquence de coupure relative à des solutions propagées sinusoïdales. Il nous a suggéré une extension de cette dernière notion conduisant à la prise en considération des solutions *oscillatoires* (au sens de Sturm) de l'équation de Webster, et dont les solutions sinusoïdales de l'Acoustique classique ne sont que des cas particuliers. Ces *solutions propagées généralisées* mettent en évidence les conditions analytiques nécessaires et suffisantes d'existence d'une *fréquence de coupure*, de sorte que le problème étudié s'est trouvé résolu dans toute sa généralité (1).

C'est grâce à la glottographie électrique imaginée en 1957 par M. Philippe Fabre, membre correspondant de l'Académie Nationale de Médecine, alors professeur de Physique à la Faculté de Médecine de Lille, et à l'aide de glottographes construits par lui (avec l'aide dévouée de son assistant M. Robert Roèlens), que nous avons pu obtenir les décours de fonction du temps des ouvertures glottiques pendant la phonation. A nos félicitations pour cette découverte extraordinaire, nous joignons l'expression de notre très respectueuse gratitude.

(1) Au cours de la correction des dernières épreuves de ce travail nous est parvenue la nouvelle qu'un mal inexorable avait emporté Jean Favard le 21 janvier 1965, à Grenoble où il résidait, privant la science française de son plus grand mathématicien. C'est un terrible destin d'avoir à évoquer quarante-cinq années d'amitié, le deuil au cœur, en remerciant celui qui n'est plus.

Nous remercions M. le Dr Albert Djian, radiologiste de l'Hôpital Franco-Musulman de la Seine, de l'inlassable bienveillance avec laquelle, depuis 1951, il étudie à notre demande, sur des artistes lyriques de l'Opéra, les accolements glottiques par la tomographie laryngée frontale. La qualité de ses clichés et la rigueur de ses conditions opératoires nous ont permis de mettre en évidence la divergence (faible) de la tuyère glottique aux grandes intensités de la voix, qui explique la richesse des fournitures laryngées en harmoniques aigus et en ultra-sons.

Nous remercions M. Léonid Pimonow, Docteur ès Sciences, électro-acousticien bien connu, de son aide bienveillante en de multiples circonstances, notamment lors d'expériences de mesure du niveau sonore à l'intérieur du pavillon pharyngo-buccal à l'aide de microphones de très petites dimensions. Nos remerciements s'étendent à M. le Dr Pierre Pouteaux qui collabora utilement à ces expériences.

Nous remercions M. André Martinot-Lagarde, directeur de l'Institut de Mécanique des Fluides de la Faculté des Sciences de Lille, qui nous a encouragé et aidé dès le début de nos recherches.

Nous exprimons également notre juste gratitude aux artistes de la Réunion des Théâtres Lyriques Nationaux qui ont bien voulu nous accorder leur concours en acceptant de soumettre leurs voix puissantes à nos investigations : glottographie électrique, radiographie transversale et tomographie frontale, chronaximétrie, mesures d'intensité et analyses spectrales. Nous nommerons tout spécialement Mme Rita Gorr et, dans dans l'ordre des chronaxies récurrentielles décroissantes, MM. Paul Finel, Guy Chauvet, Ernest Blanc, Georges Vaillant et Gérard Chapuis.

Nous ne saurions enfin omettre d'étendre nos remerciements à M. Pierre Vernotte, Agrégé de Physique et Docteur ès Sciences, Ingénieur Général de l'Air, qui a bien voulu s'intéresser à notre travail et lui accorder, au sein des brillantes publications qu'il dirige, un cadre que tout lecteur appréciera; ni omettre d'exprimer notre gratitude au Centre National de la Recherche Scientifique français, dont la prise en charge et la confiance renouvelées ont permis à nos recherches d'avoir la durée et la continuité nécessaires.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU FONCTIONNEMENT PHONATOIRE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE

PAGES

CHAPITRE PREMIER. — **Les données expérimentales** 3

I,1 3

I,2 Morphologie de la tuyère trachéo-glottique 3

I,3 Genèse anatomo-physiologique de la modification des accolements glottiques lorsque croît l'intensité de la voix 5

I,4 Surpressions sous-glottiques maximales réalisées 7

I,5 Ordre de grandeur des débits glottiques 8

I,6 Décours en fonction du temps de la surface des ouvertures glottiques. Glottographie électrique de Philippe FABRE (1957) 8

I,7 Morphologie des glottogrammes 12

CHAPITRE II. — **Théorie de la sirène glottique aux faibles intensités de la voix** ... 15

II,1 15

II,2 Mise en équations de l'écoulement trachéo-glottique 15

II,3 Vitesse de fuite en fonction du décours de l'ouverture glottique 16

II,4 Énergie injectée par le larynx dans le pavillon 17

II,5 Débit massique de la tuyère glotto-trachéale 18

CHAPITRE III. — **Théorie de la sirène glottique aux grandes intensités de la voix** . 19

III,1 19

III,2 Les deux tuyères successives 19

III,3 Formation des équations de l'écoulement en régime variable 20

PAGES

III,4 Formation de l'équation de conservation de la masse 20

III,5 Formation de l'équation d'impulsion 21

III,6 Introduction d'un terme représentant l'action de la paroi 23

III,7 Système d'équations définissant l'écoulement glottique 23

III,8 Formation du système différentiel « auxiliaire » (d'après DARBOUX, 1883) 25

III,9 L'accroissement de la masse volumique et de la vitesse de fuite 26

III,10 26

III,11 Énergie injectée par le larynx dans le pavillon 27

III,12 Fourniture harmonique créée au sortir du larynx 28

III,13 Application numérique. Évaluation du maximum de vitesse de fuite .. 29

CHAPITRE IV. — **Genèse des ultra-sons émis par l'homme et par certains chiroptères** 32

IV,1 32

IV,2 Composition harmonique des sons laryngés émis par l'homme à grande intensité et périodicité du spectre de la fourniture acoustique ainsi créée 33

IV,3 Mise en évidence expérimentale d'ultra-sons dans la voix humaine.... 34

IV,4 Remarques diverses 36

IV,5 Conclusions relatives à la première partie 38

DEUXIÈME PARTIE

CONTRIBUTIONS DIVERSES A LA THÉORIE DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE AU SEIN DES PAVILLONS

CHAPITRE V. — **Pavillons à profil indépendant du temps. Ondes propagées et fréquence de coupure généralisées** 41

V,1 Cas des amplitudes infiniment petites. Formation de l'équation de WEBSTER (1919). Rappel 41

V,2 Séparation des variables. Solutions périodiques en t 42

V,3 Cas du pavillon exponentiel. Circonstances analytiques créant l'apparition d'une solution sinusoïdale propagée et d'une fréquence de coupure 43

PAGES

V,4 Cas général. Forme donnée par J. Favard à l'intégrale générale de l'équation différentielle du second ordre tirée de l'équation de Webster par la séparation des variables 45

V,5 Cas général. Définition d'une onde propagée oscillatoire, ou propagée au sens large. Conditions nécessaires et suffisantes d'existence d'une fréquence de coupure 47

V,6 Exemples de classes de pavillons présentant une fréquence de coupure. 49

V,7 Remarque sur l'étude de l'équation de Webster par la transformation de Laplace 51

Chapitre VI. — **Pavillons à profil variable avec le temps** 53

VI,1 53

VI,2 Tuyau à section variable avec le temps, ou tuyau « contractile ». Équations de propagation 53

VI,3 Propagation au sein d'un tuyau « contractile ». Ondes propagées et fréquence de coupure généralisées. Pression résiduelle non propagée 54

VI,4 Pavillon à section variable avec le temps, ou pavillon « contractile ». Équations de propagation 58

VI,5 Propagation au sein d'un pavillon « contractile ». Ondes propagées et fréquences de coupure généralisées. Pression résiduelle non propagée 58

Chapitre VII. — **Pavillons absorbants** 65

VII,1 Données expérimentales relatives aux absorptions observées au sein du pavillon pharyngo-bucco-nasal pendant la phonation 65

VII,2 Introduction d'une viscosité pariétale (selon Lord Rayleigh) 68

VII,3 Cas du tuyau avec viscosité pariétale (Lord Rayleigh) 69

VII,4 Cas du pavillon avec viscosité pariétale 70

VII,5 Introduction d'une viscosité volumique supplémentaire (selon Stokes) 70

VII,6 Cas du tuyau et du pavillon invariables avec viscosité volumique 71

VII,7 Cas du pavillon « contractile » avec viscosités pariétale et volumique .. 72

VII,8 Cas du tuyau « contractile » avec absorptions pariétale et volumique .. 73

Chapitre VIII. — **Pavillons avec milieu intérieur en mouvement turbulent** 74

VIII,1 Mise en évidence expérimentale d'une diffusion turbulente au sein du pavillon pharyngo-buccal pendant la phonation 74

VIII,2 Propagation d'ondes d'amplitudes infiniment petites. Cas de la propagation au sein d'un milieu indéfini en mouvement turbulent 75

PAGES

VIII,3 Cas du pavillon « contractile » doublement exponentiel empli d'un milieu en mouvement turbulent 78

VIII,4 Introduction de termes d'absorption par viscosité 79

VIII,5 Effets de la turbulence sur la propagation 81

VIII,6 Conclusions relatives à la deuxième partie 83

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES RÉPERCUSSIONS PHONATOIRES GLOTTIQUES DU PAVILLON PHARYNGO-BUCCAL

CHAPITRE IX. — **Données historiques et position de la question** 87

IX,1 Données historiques 87

IX,2 Position de la question 89

CHAPITRE X. — **Étude expérimentale des répercussions glottiques neuroréflectives des états vibratoires pharyngo-buccaux et des répercussions glottiques de l'impédance ramenée** 91

X,1 Méthodes expérimentales ayant permis l'observation et l'étude des modifications du fonctionnement phonatoire glottique 91

X,2 Méthodes expérimentales ayant permis de faire varier les stimulations neuroréflectives exercées par les états vibratoires pharyngo-buccaux. Résultats observés 93

X,3 Méthodes expérimentales ayant permis de faire varier l'impédance ramenée sur le larynx. Résultats observés 94

CHAPITRE XI. — **Théorie des répercussions glottiques de l'impédance ramenée par le pavillon pharyngo-buccal** 97

XI,1 Cas des intensités faibles. Mise en équation d'une sirène glottique surmontée d'un tuyau débouchant sur une impédance acoustique non nulle 97

XI,2 Relation entre la vitesse acoustique dans le tuyau et la surface d'ouverture glottique 99

XI,3 Relation entre la surface de l'ouverture glottique et l'impédance ramenée au niveau du larynx 99

XI,4 Sur les conditions de la résonance dans le tuyau et les variations de la surface de l'ouverture glottique au voisinage de la résonance 100

PAGES

XI,5 Mise en équation du fonctionnement d'un résonateur de Helmholtz relancé par une sirène laryngée 101

XI,6 Réaction du résonateur sur le débit laryngé et sur la morphologie du glottogramme 103

XI,7 Répercussions glottiques d'un système absorbant et ramenant au surplus sur le larynx une impédance provenant de la variation rapide du profil du pavillon en fonction du temps. Cas d'un tuyau « contractile » et absorbant couplé à la sirène glottique 107

XI,8 Conclusions relatives à la troisième partie, et vue d'ensemble sur le fonctionnement phonatoire du pavillon couplé à la sirène glottique . 112

Bibliographie 116

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU FONCTIONNEMENT PHONATOIRE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE

Chapitre Premier

LES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

I,1 Les données expérimentales recueillies concernent :

1° la morphologie de la tuyère trachéo-glottique;

2° les surpressions sous-glottiques maximales observées ou réalisées;

3° l'ordre de grandeur des débits glottiques;

4° le décours en fonction du temps de la surface des ouvertures glottiques pendant la phonation.

Nous ne ferons que résumer celles de ces données qui étaient connues avant les recherches instituées par ce travail.

I,2 MORPHOLOGIE DE LA TUYÈRE TRACHÉO-GLOTTIQUE

Nous avons étudié la forme de la tuyère trachéo-glottique à l'aide de clichés tomographiques frontaux pris par le Dr Albert Djian, pendant la phonation, sur des pensionnaires de l'Opéra, hommes et femmes, et ceci en faisant varier les conditions phonatoires (fréquence, intensité, voyelle émise).

En dehors de différences individuelles (d'ailleurs énormes), les seules variations morphologiques de caractère systématique ne s'observent qu'en fonction de la pression sous-glottique, c'est-à-dire de l'intensité de la voix, et elles consistent en ceci :

1° en voix *pianissimo* (moins de 40 dB à 1 m de la bouche de face), et quel que soit le sujet et le registre, la tuyère trachéo-glottique est convergente sur les 5 derniers centimètres, et se termine par un canal glottique dépourvu d'épaisseur (moins de 2 mm) qui seul participe aux ouvertures glottiques rythmées phonatoires. Les parois de la

tuyère ne varient donc pas avec le temps (hormis le diamètre de l'ouverture glottique terminale) (*fig.* 1 et 2);

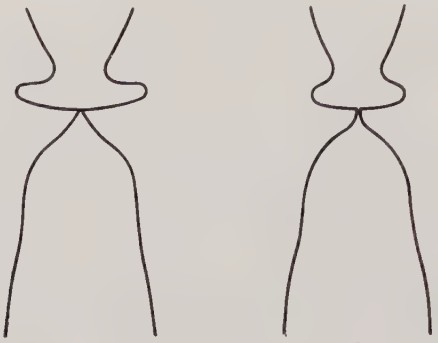


Fig. 1 et 2. — Profils de tuyères trachéo-glottiques obtenus par la tomographie frontale sur un baryton émettant la voyelle A sur Si 2 (244 Hz) :

fig. 1 : en second registre *pianissimo* (20 dB à 1 m de la bouche) ;

fig. 2 : en premier registre *piano* (30 dB à 1 m de la bouche).

(Dessinés d'après des clichés pris par le Dr A. Djian, collections R. Husson.)

2° en voix *fortissimo* de Grand Opéra (130 dB et plus à 1 m de la bouche de face), et quel que soit le registre, la tuyère trachéo-glottique se divise en deux parties : *a*) une

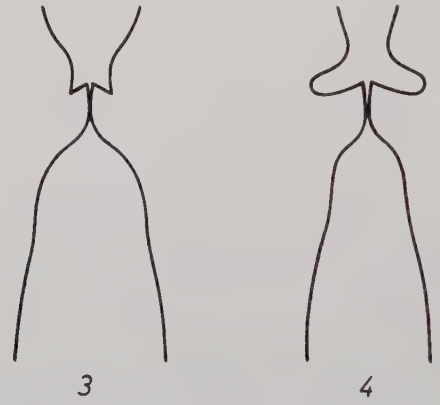


Fig. 3 et 4. — Profils de tuyères trachéo-glottiques obtenus par la tomographie frontale pendant l'émission de voyelles à grande puissance :

fig. 3 : sur M. G.V., basse chantante, de l'Opéra, émettant la voyelle A sur 290 Hz à 125 dB (à 1 m devant la bouche).

fig. 4 : sur Mme R.G., mezzo-contralto, de l'Opéra, émettant la voyelle A sur 517 Hz à 125 dB (à 1 m de la bouche).

(Dessinés d'après des clichés pris par le Dr. A. Djian, collections R. Husson.)

tuyère trachéale convergente invariable longue de 5 cm environ, qui vient déboucher dans le canal glottique; *b*) un canal glottique laminé, à section fusiforme, d'épaisseur

ultra mince (moins de 1 mm), de longueur variable selon les sujets (de 6 à 15 mm) (*fig.* 3 et 4), et dont les parois s'écartent et se rapprochent rythmiquement pendant la phonation (en constituant *grosso modo* un canal faiblement divergent) selon un processus qui peut être schématisé comme suit (*fig.* 5 et 6) :

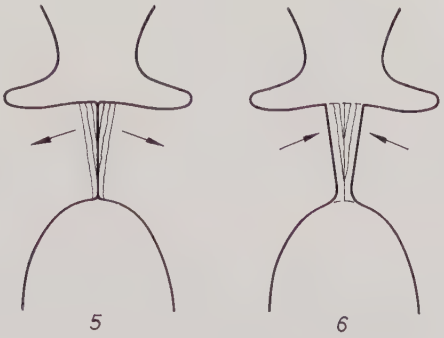


Fig. 5 et 6.

Au début d'une phase d'ouverture, le décollement des deux cordes vocales s'amorce par le haut, puis gagne vers le bas jusqu'à la réalisation d'une ouverture (*fig.* 5). Celle-ci se poursuit par un écartement croissant des deux cordes vocales, les faces internes restant *grosso modo* parallèles à elles-mêmes durant l'agrandissement de l'ouverture.

Dès le début de la phase de rapprochement des deux cordes vocales, les processus ci-dessus décrits se déroulent dans l'ordre inverse. Il s'ensuit que, au début de la phase de fermeture, le contact s'est d'abord établi par la base, puis a gagné vers le haut par un agrandissement de la tranche verticale de contact (*fig.* 6).

Il en résulte que, durant toute la phase d'ouverture de la glotte, le canal glottique s'est toujours présenté à l'écoulement, aussi bien lors de l'écartement que lors du rapprochement des cordes vocales, sous la forme d'une tuyère de section fusiforme très aplatie et toujours *légèrement divergente.*

I,3 GENÈSE ANATOMO-PHYSIOLOGIQUE DE LA MODIFICATION DES ACCOLEMENTS GLOTTIQUES LORSQUE CROIT L'INTENSITÉ DE LA VOIX

Il était nécessaire d'élucider le mécanisme neuro-musculaire laryngé par lequel la glotte, pendant la phonation, lorsque l'intensité de la voix croît, finit par se fermer à chaque période par un rapprochement et un contact de sa partie *sous-glottique* (c'est-à-dire profonde) (*fig.* 3 et 4, 5 et 6), alors que, à faible intensité, elle se ferme par un rapprochement et un contact de sa partie *supérieure* (*fig.* 1 et 2). Cela était d'autant plus nécessaire que, — comme nous le montrerons plus loin —, cette particularité rend le canal glottique légèrement *divergent* vis-à-vis de l'écoulement aérien qui s'y manifeste, et que cette divergence provoque, lorsque la glotte se referme, une *accélération* considérable de la vitesse de fuite de l'air qui la traverse. Or, cette accélération *élève la pression acoustique* créée dans la cavité pharyngo-buccale et enrichit la partie aiguë des spectres vocaliques qui en résultent.

En vue d'élucider ce mécanisme, nous avons posé la question de son analyse à M. le Professeur Dr Kurt Goerttler, Directeur de l'Institut d'Anatomie de Freiburg-i.-Breisgau. Sur son invitation, nous nous sommes rendu les 10-12 novembre 1962 à un Colloque réduit organisé par ses soins dans son Institut, assemblant en outre : M. le Professeur Dr Hans Fischer, son premier adjoint; Mme le Dr Gertrud Seiter et M. le Professeur Dr Gérard Rudolph, professeur de physiologie à Homburg (Sarre); tous auteurs de travaux réputés sur l'anatomie et l'histologie fonctionnelles du larynx de l'homme.

Après discussion approfondie et examen de documents appropriés (pièces anatomiques, modèles reconstitués de larynx, coupes anatomiques diverses), il a été reconnu ce qui suit :

1° la fermeture du canal glottique progressivement par sa partie *amont*, faisant suite à une fermeture par sa partie *aval* aux faibles intensités (comparer les *fig.* 1 et 2 à 3 et 4), provient d'une contraction progressive des muscles *crico-aryténoïdiens latéraux*;

2° ces muscles, comme il est bien connu, rapprochent et accolent fortement l'une contre l'autre les apophyses vocales des deux aryténoïdes, assurant une adduction des cordes vocales de plus en plus ferme;

3° ces muscles, en se contractant et en se raccourcissant légèrement, accroissent leur épaisseur médiane, et cet accroissement rapproche les bords profonds de la partie inférieure du canal glottique, comme le font comprendre les *figures* 7 et 8 qui représentent la musculature glottique en vue latérale et en coupe frontale.

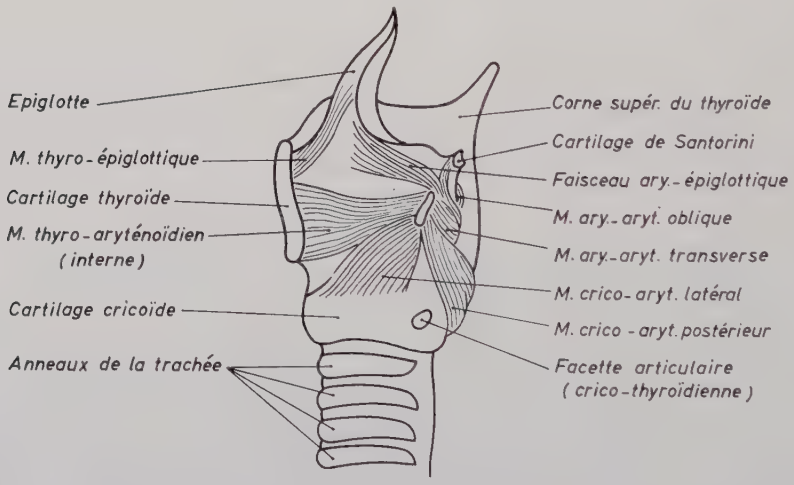


Fig. 7. — Vue latérale de la musculature laryngée gauche, après ablation de l'aile gauche du cartilage thyroïde et du muscle thyro-aryténoïdien externe gauche, montrant le muscle crico-aryténoïdien latéral gauche (dessiné d'après une préparation anatomique).

Il résulte de cette constatation que, chaque fois qu'un sujet quelconque exerce une action volitive de constriction laryngée, le phénomène ci-dessus décrit tend à se produire. Il ne se réalise toutefois, — et d'autant mieux —, que si la musculature laryngée

est suffisamment développée, et notamment ne s'observe bien que si les muscles thyro-aryténoïdiens internes (cordes vocales) sont suffisamment épais (en profondeur verticale).

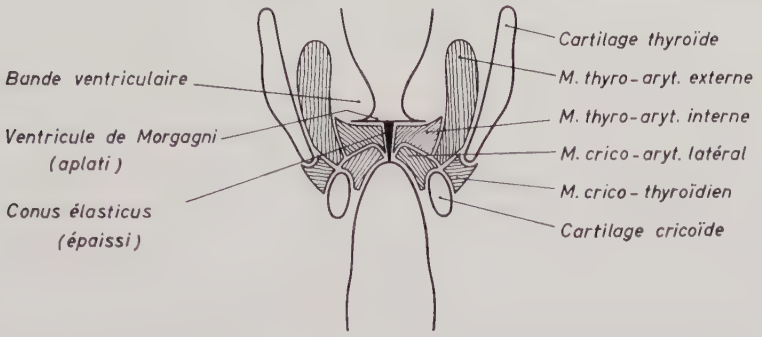


Fig. 8. — Coupe frontale verticale de larynx en attitude de phonation pendant l'émission d'un son de grande intensité, montrant la disposition des muscles crico-aryténoïdiens latéraux à la base des accolements glottiques, environ 0,5 cm en avant des apophyses vocales des aryténoïdes (reconstitution mi-schématique d'après des préparations anatomiques).

I,4 SURPRESSIONS SOUS-GLOTTIQUES MAXIMALES RÉALISÉES

Les surpressions sous-glottiques pendant la phonation ont été mesurées de trois façons :

1° Cagniard-Latour, en 1837, les a mesurées le premier sur un sujet porteur d'une canule de trachéotomie, avec un simple tube en U formant manomètre à eau. Il a trouvé un maximum de 99 cm d'eau dans le cri d'appel. Il s'agissait d'un sujet non sélectionné du point de vue phonatoire, et auquel le port d'une canule de trachéotomie à demeure imposait peut-être un état pulmonaire hypo-normal.

De nombreux autres expérimentateurs, par la suite, opérant dans des conditions identiques, ne firent que confirmer l'ordre de grandeur des surpressions mesurées par Cagniard-Latour, et aucune valeur supérieure à 99 cm d'eau ne fut trouvée;

2° J. Van Den Berg les a mesurées en 1956 par une méthode plus audacieuse. Opérant sur lui-même, il s'enfonçait par la bouche, dans l'ouverture glottique, un cathéter rigide recourbé de 3 mm de section, relié à un manomètre par son autre extrémité. Il n'a trouvé que des valeurs très inférieures à 100 cm d'eau. Mais la glotte et le pharynx avaient dû subir au préalable une forte cocaïnisation, qui diminuait le tonus des accolements glottiques. Enfin, la présence du cathéter altérait évidemment la fermeture de la glotte. Toutes ces causes tendaient à diminuer les surpressions réalisées (obtenues au surplus par un sujet non entraîné au chant);

3° M. Oreskovic les a mesurées en 1958 en enfonçant dans la trachée, sous l'anneau cricoïdien, un fin trocart relié à un manomètre. Sur des sujets bien portants, quoique non chanteurs, il a enregistré des surpressions de 200 cm d'eau dans des cris d'appel vigoureux.

Nous ferons observer que les cris d'appel, pour des sujets non chanteurs, ne dépassent jamais 80 dB à 1 m de la bouche, alors que les chanteurs de Grand-Opéra

réalisent dans ces conditions des pressions acoustiques de 10^5 à 10^6 fois plus grandes. Comme les intensités en décibels croissent beaucoup plus vite que les surpressions sous-glottiques (expérience de Piquet et Decroix, Lille, avril 1956), nous admettrons que les surpressions sous-glottiques peuvent atteindre, dans le chant théâtral, 400 et 450 cm d'eau (en pointe), sans vraisemblablement jamais dépasser 500 cm d'eau.

Dans de telles conditions, la vitesse de fuite au col d'une tuyère convergente est toujours inférieure à la vitesse du son (dans les conditions locales de température et de pression). Mais nous verrons que le mécanisme même des ouvertures et des fermetures glottiques rythmées peut présenter certaines particularités susceptibles d'accroître considérablement cette vitesse de fuite.

I,5 ORDRE DE GRANDEUR DES DÉBITS GLOTTIQUES

Durant chaque période d'ouverture de la glotte, pendant la phonation, sort une bouffée d'air dont le volume est facilement calculable (en ordre de grandeur tout au moins). Le débit global est mesurable au spiromètre, et on peut noter la durée du son et sa fréquence. C'est ainsi que, aux intensités conversationnelles, 200 cm^3 sont débités par une voyelle tenue 10 s sur un son de 100 Hz. Chaque bouffée d'air glottique est ainsi de 0,20 cm^3. Dans les grands rugissements du chant théâtral, le même sujet débite 4 000 cm^3 sur un son de 400 Hz tenu 5 s. Chaque bouffée d'air glottique a été de 2 cm^3. Cet exemple simple montre que le même sujet, en passant de 30 à 130 dB, n'a fait croître son débit glottique que dans la proportion de 1 à 10.

Il en résulte que l'accroissement de l'intensité, dans la phonation, ne peut provenir que de l'accroissement de la vitesse de fuite au sortir de la glotte.

I,6 DÉCOURS EN FONCTION DU TEMPS DE LA SURFACE DES OUVERTURES GLOTTIQUES PENDANT LA TENUE D'UN SON. GLOTTOGRAPHIE ÉLECTRIQUE DE PHILIPPE FABRE (1957)

A. — Dans l'étude d'un fonctionnement de sirène, la connaissance du décours en fonction du temps de la surface de l'ouverture est capitale. C'est l'un des facteurs déterminants de la pression acoustique créée. Il convenait donc de connaître expérimentalement cette donnée en ce qui concerne la sirène laryngée.

B. — La surface $S(t)$ des ouvertures glottiques en fonction du temps pendant la phonation a été étudiée en 1950 par W. W. Fletcher par la cinématographie rapide des cordes vocales réalisée sur vision laryngoscopique de la glotte au miroir de Garcia.

Nous ne pouvions songer à retenir cette méthode, dont les inconvénients sont manifestes et rhédibitoires :

a) en premier lieu, la glotte ne peut être filmée que sur les voyelles *è* (ouvert) et *é* (fermé), et sur des fréquences moyennes (de 125 à 330 Hz pour les hommes; de 250 à 700 Hz pour les femmes);

b) en second lieu, l'utilisation du miroir de Garcia exige la protraction énergique de la langue, d'une part, et parfois également la cocaïnisation de la luette et de la région des piliers. Or ces deux pratiques, — et surtout la première —, provoquent *une chute*

immédiate et importante du tonus et de l'excitabilité de la musculature sphinctérienne glottique. De sorte que le décours filmé dans de telles conditions est profondément différent du décours relatif à une phonation normale.

C. — Nous avons obtenu ce décours, dans des conditions phonatoires absolument normales, par l'emploi de la méthode imaginée dès 1957 par Philippe Fabre, membre correspondant de l'Académie Nationale de Médecine, alors professeur de Physique biologique à la Faculté de Médecine de Lille, et dénommée par lui *Glottographie électrique.*

Son principe est le suivant : deux électrodes larges sont placées sur le cou du sujet, de part et d'autre du cartilage thyroïde (pomme d'Adam) (*fig.* 9). On y lance un courant d'intensité minime et de haute fréquence (200 000 Hz). Lorsque la glotte s'ouvre et se ferme au cours de son comportement phonatoire, l'impédance transversale du cou varie avec la même période, et par conséquent le courant recueilli par l'électrode de sortie se trouve *modulé* sur le même rythme. L'appareil construit par Philippe Fabre, appelé *glottographe électrique*, recueille ce courant de sortie et dirige sa modulation, convenablement amplifiée, sur l'écran d'un oscillographe cathodique, où elle peut être étudiée.

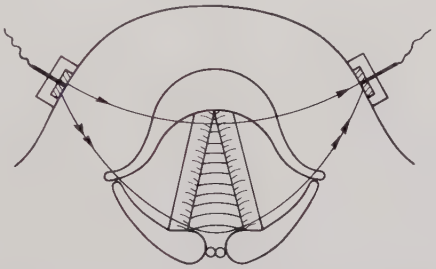


Fig. 9. — Trajet schématique des lignes de courant H.F. traversant transversalement le larynx dans la glottographie électrique (d'après Ph. Fabre).

Philippe Fabre (1958), puis Duvelleroy (Thèse de Médecine, 1961), ont montré que cette modulation provenait d'une variation de résistance ohmique des tissus laryngiens traversés, de sorte que l'*amplitude verticale du déplacement du spot est, à chaque instant, proportionnelle à la surface de l'ouverture glottique.* Lorsque cette ouverture est régulière et fusiforme, ce qui est le cas général, on peut dire également que le déplacement vertical du spot est proportionnel à l'élongation d'une corde vocale à chaque période.

Méthode et appareil sont si importants en ce qui concerne notre objet que nous croyons devoir nous y arrêter un instant.

D. — Le voltage utilisé pour les courants de haute fréquence employés est minime : de 2 à 4 V entre les électrodes placées sur le cou, donc très inférieur à ceux utilisés en clinique.

Les mouvements laryngés explorés n'y introduisent qu'un taux de modulation infime, environ un millième de l'amplitude totale (*fig.* 10).

La composante non modulée du courant porteur a été éliminée par un « excavateur de modulation » à lampe, construit par Philippe Fabre sur le principe suivant : toute lampe ou triode, ou surtout pentode, présente un coude de sa caractéristique relative à l'intensité du courant de plaque en fonction du voltage de grille. Ce coude

est caractérisé par un voltage de grille G (*fig.* 11) au-dessous duquel le courant de plaque devient très faible, mais au-dessus duquel il croît linéairement pour peu que le voltage de grille grandisse suffisamment. Si dès lors on rend la grille négative d'un voltage V_0 (bien choisi et fixe), on voit que seules les têtes modulées de l'amplitude incidente seront amplifiées (*fig.* 11).

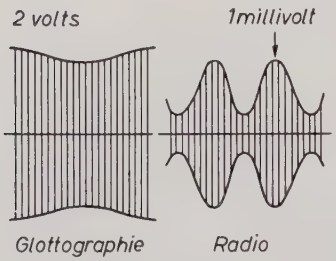


Fig. 10. — Courant de H.F. modulé par les mouvements phonatoires des cordes vocales (taux de modulation très faible sur amplitudes fortes), comparé à un courant de H.F. recueilli par un cadre de radiophonie (amplitude faible profondément modulée).

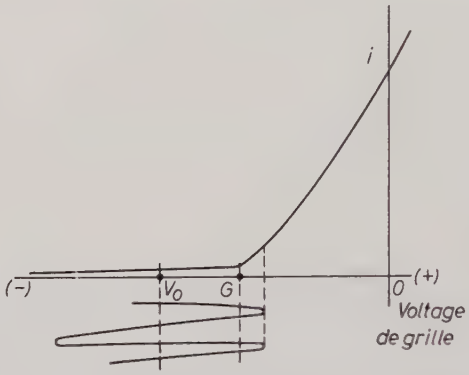


Fig. 11. — Amplification élective des têtes modulées du courant H.F. glottographique par polarisation négative V_0 convenablement choisie pour la grille de la lampe L de la *figure* 12.
(D'après Ph. Fabre).

Mais V_0 doit avoir automatiquement sa valeur optimale et doit la garder selon les données de chaque sujet et les conditions changeantes de chaque expérience.

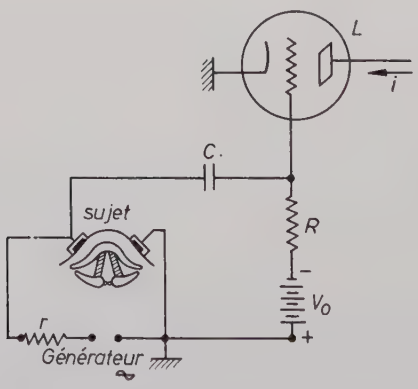


Fig. 12. — Montage permettant l'amplification élective des tête modulées du courant glottographique selon le principe de la *figure* 11, avec polarisation V_0 fixe de la grille.

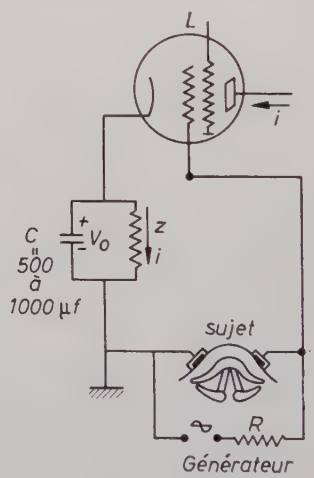


Fig. 13. — Montage donnant automatiquement à la grille de L la polarisation V_0 convenable selon le principe de la *figure* 11.
(D'après Ph. Fabre).

Cependant les glottogrammes phonatoires évoluent vite dans le temps, puisque leur période est celle de la voix (de 100 à 1 000 par seconde). Pour de telles durées, la cellule de

régulation qui suffit à assurer un voltage V_0 constamment bien ajusté est très simple. Une capacité C (énorme), de 500 à 1 000 μF, est insérée dans le circuit de cathode sur le trajet du courant de plaque *i* (*fig.* 12 et 13). Celui-ci est dérivé dans une résistance *r* en parallèle sur le condensateur C et de valeur suffisamment grande (10 000 Ω, par exemple). Le voltage de régulation V_0 s'établit alors automatiquement aux bornes du système (*r*, *c*), et la grille présente en permanence ce potentiel V_0 négatif par rapport à la cathode. Il ne peut en effet varier que lentement par rapport à la durée d'une alternance glottique, et les variations du débit cathodique sont absorbées par le réservoir C au cours de chaque alternance. [D'après Ph. Fabre, *Annales d'otolaryngologie*, t. 78, nº 12, 1961, pp. 814-824.]

La *figure* 14 donne le schéma détaillé et complet de l'appareil. [D'après Ph. Fabre, *C. R. Soc. Biol.*, t. CLIII, nos 8-9, 1959, p. 1361.]

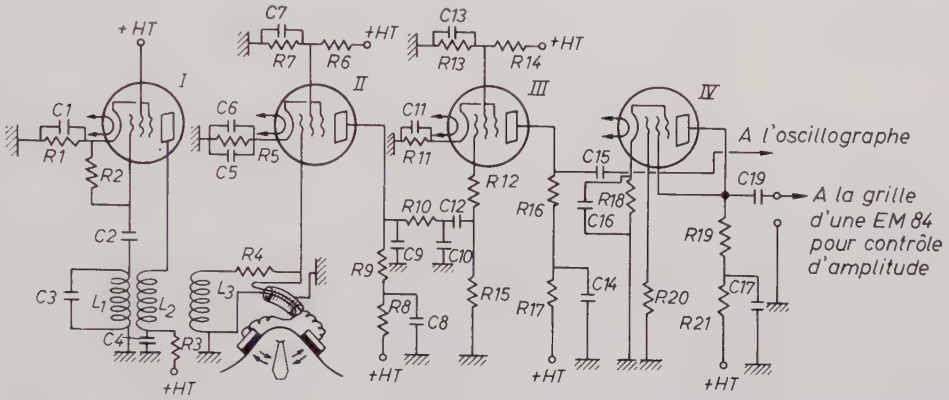


Fig. 14.

A. — Lampes :

I = EL 42; II = III = IV = EF 40;

IV : facultative, pour actionner une lampe EM 84 à bandes fluorescentes, susceptibles d'être étalées au miroir tournant.

B. — Condensateurs numérotés :

1 : Capacités en microfarads (μF) :

1 = 0,2	4 = 0,2 (1)	6 = 500	7 = 0,2	
8 = 0,2	11 = 50	13 = 0,2	14 = 0,2	
15 = 1,0	16 = 50	17 = 0,2	18 = 50	19 = 0,5

2 : Capacités en millièmes de microfarads (nF) :

2 = 0,5	3 = 0,25	5 = 0,5
9 = 2	10 = 2	12 = 1 000

C. — Résistances numérotées :

1 : En ohms (Ω) :

1 = 500	3 = 1 000	4 = 1 000	8 = 1 000
11 = 1 000	12 = 1 000	17 = 1 000	18 = 1 000
21 = 1 000			

2 : En milliers d'ohms (kΩ) :

2 = 50	5 = 10	6 = 20	7 = 25
9 = 2 000	10 = 10 (2)	13 = 25	14 = 20
15 = 200	16 = 50	19 = 50	20 = 500

D. — Bobines :

$L_1 = L_2 = L_3 = 3$ millihenrys (mH).

Fréquence d'oscillation = 1 000 000 Hz.
Longueur d'onde = 300 m.

(1) Ajouter ici en parallèle, + 32 μF.
(2) Ou une self de six bobines d'arrêt.

I.7 MORPHOLOGIE DES GLOTTOGRAMMES

Les décours en fonction du temps de la surface des ouvertures glottiques offerts par le glottographe électrique de Philippe Fabre, décours appelés par lui *glottogrammes*, ont été étudiés par lui et par nous à dater de 1957. Nous résumerons ici les principaux résultats de cette étude, en partie déjà publiés dans notre *Physiologie de la Phonation* (Masson, Paris, 1962). Ces résultats portent :

1° sur la morphologie des glottogrammes;

2° sur les modifications du glottogramme à fréquence seule croissante;

3° sur les modifications du glottogramme à intensité seule croissante;

4° sur les modifications du glottogramme apportées par un accroissement (ou une diminution) de l'impédance ramenée sur le larynx.

A. — Le *glottogramme* d'une voix saine, pour une intensité faible et une fréquence basse, présente une morphologie typique : il est toujours constitué par une courbe à *une seule bosse* (unimodale), fortement dissymétrique (*fig.* 15).

La partie OA représente la durée pendant laquelle les fibrilles des cordes vocales se contractent, donc se raccourcissent, et par conséquent durant laquelle la fente glottique s'ouvre. C'est la phase d'*écartement* des cordes vocales.

La partie AB représente la durée pendant laquelle les fibrilles des cordes vocales perdent peu à peu leur contraction maximale et reprennent leur longueur initiale, et par conséquent durant laquelle la fente glottique se referme. C'est la phase de *rapprochement* des cordes vocales.

Entre ces deux phases, on décrit parfois une phase « en plateau », mais cette distinction est sans grande utilité.

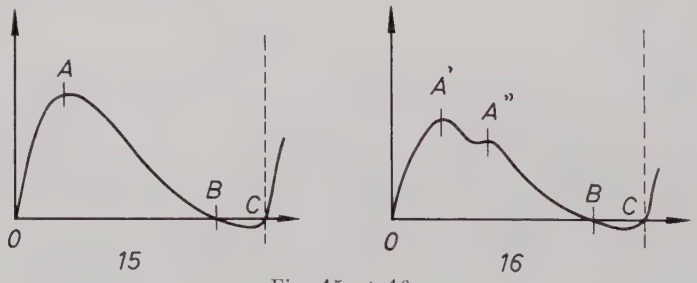


Fig. 15 et 16.

La partie BC représente la durée pendant laquelle les cordes vocales seront revenues en contact, et par conséquent durant laquelle la glotte est fermée. C'est la phase de *contact* ou de *fermeture* (qui peut parfois faire défaut).

Il convient de remarquer que, sur les glottogrammes, la partie BC devrait théoriquement être *horizontale*. C'est en effet ce qui arrive avec des cordes vocales dont le bord est *mince*. Si les cordes vocales sont épaisses, elles viennent s'accoler le long d'une tranche verticale épaisse, selon un profil vertical arrondi qui s'aplatit par le contact. Il en résulte que l'impédance du larynx varie encore un peu au cours de la phase de contact, et que le glottogramme présente une courbe *concave* (vers le haut) dans sa partie BC.

Nous ferons observer que, dans des cas assez rares (Fabre, 1959; Grémy, 1960), le glottogramme peut présenter *deux bosses* (*fig.* 16). Nous avons montré (Husson, 1962) que, dans de tels cas, le comportement des deux cordes vocales avait cessé d'être symétrique dans le temps, et que chaque *bosse* correspondait à l'excursion latérale de chaque corde vocale.

B. — Lorsqu'on observe la modification du glottogramme en faisant varier uniquement la *fréquence* du son émis (même sujet, même intensité, même voyelle), on remarque deux types possibles d'évolution bien distincts :

a) chez les sujets à voix *inculte*, c'est-à-dire n'ayant jamais cultivé leur voix en vue du chant, la bosse du glottogramme reste sensiblement *invariable en forme et en dimensions absolues* du grave à l'aigu (*fig.* 17 et 18). Seule diminue constamment la durée BC de la phase de fermeture, jusqu'à finalement disparaître. Cela signifie que, du grave à l'aigu, le sujet ne modifie ni l'excitabilité ni le tonus de ses cordes vocales : il n'a pas « appris » à le faire;

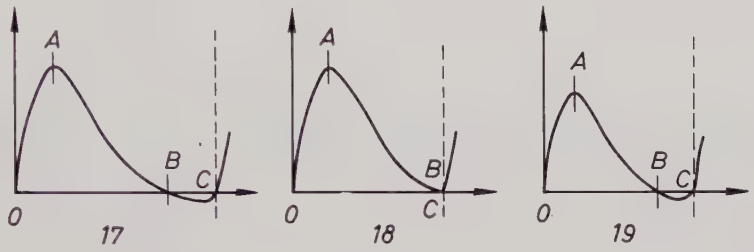


Fig. 17, 18 et 19.

b) chez les sujets à voix *cultivée*, c'est-à-dire longuement dressés au chant, la morphologie du glottogramme reste *quasi invariable* du grave à l'aigu (*fig.* 17 et 19). Les trois phases se rapetissent *grosso modo* proportionnellement à la période, ainsi que l'amplitude des excursions latérales des cordes vocales. Cela signifie que, du grave à l'aigu, le sujet accroît progressivement l'excitabilité et le tonus de ses cordes vocales : il a « appris » à le faire.

C. — Lorsque seule croît l'intensité de la voix (même sujet, même fréquence, même voyelle), le glottogramme se modifie de façon considérable et typique. On note que, progressivement (*fig.* 20, 21, 22) :

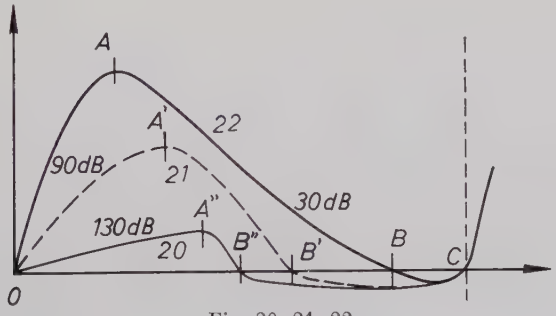


Fig. 20, 21, 22.

a) la phase d'écartement commence par s'allonger un peu;

b) la phase de rapprochement se raccourcit très vite;

c) la phase de contact grandit constamment (et peut occuper les deux tiers de la période);

d) l'amplitude du glottogramme diminue constamment.

Ces modifications indiquent que, lorsque l'intensité croît, *la fente de la sirène glottique devient de plus en plus fine et se referme de plus en plus brusquement.*

D. — Nous avons enfin étudié la modification du glottogramme en faisant seulement varier l'*impédance ramenée sur le larynx* (même sujet, même fréquence, même intensité, même voyelle).

Nous avons fait *augmenter* l'impédance ramenée de quatre façons :

1° soit en diminuant la surface de l'orifice labial (procédé critiquable, car il modifie le timbre de la voyelle émise);

2° soit en accroissant la réverbération du local (rideau coulissant);

3° soit en rapprochant un écran rigide des lèvres du sujet;

4° soit en faisant chanter devan un écran rigide immobile, muni d'un trou dont on rapetisse la surface à volonté.

Pour que les effets soient suffisamment marqués pour être observables, il convient d'émettre des sons *piano*, de tonalité grave, fortement nourris de souffle afin que la musculature laryngée soit dans un état de tonicité aussi faible que possible.

Dans tous les cas, un *accroissement* de l'impédance ramenée modifie comme suit le glottogramme (*fig.* 23 et 24) :

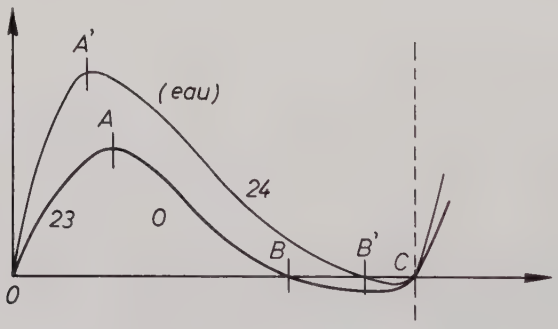


Fig. 23 et 24.

a) la durée de la phase d'écartement diminue faiblement;

b) la durée de la phase de rapprochement s'allonge beaucoup;

c) la durée de la phase de contact diminue (et peut même s'annuler);

d) l'amplitude du glottogramme croît.

On peut exprimer l'ensemble de ces résultats en disant que, sous l'effet d'une *impédance ramenée croissante*, la sirène glottique se transforme en une sirène *à fentes moins fines et à fermetures plus lentes.*

Chapitre II

THÉORIE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE AUX FAIBLES INTENSITÉS DE LA VOIX

II,1 Dans les émissions vocales de très faible intensité, la tuyère trachéo-glottique converge constamment jusqu'à son ouverture terminale, laquelle varie seule en fonction du temps (*fig.* 1). Le décours de cette ouverture en fonction du temps est donné par le glottogramme de Fabre de la *figure* 25, où la durée de la phase de fermeture est petite ou nulle (inférieure à 1/10 de la période). Pour un larynx de baryton, par exemple, la fente glottique fusiforme est longue de 2,0 cm, et la stroboscopie montre que, sur 200 Hz (voisin de Sol 2) émis avec une intensité (très faible) de 30 dB à 1 m de la bouche de face, l'écartement maximal des deux cordes vocales est de 0,4 cm. Dans de telles conditions, la surpression sous-glottique est de l'ordre de 10 cm d'eau au sein de la partie élargie de la trachée dont la section (circulaire légèrement ovalisée) est en moyenne de 4 cm².

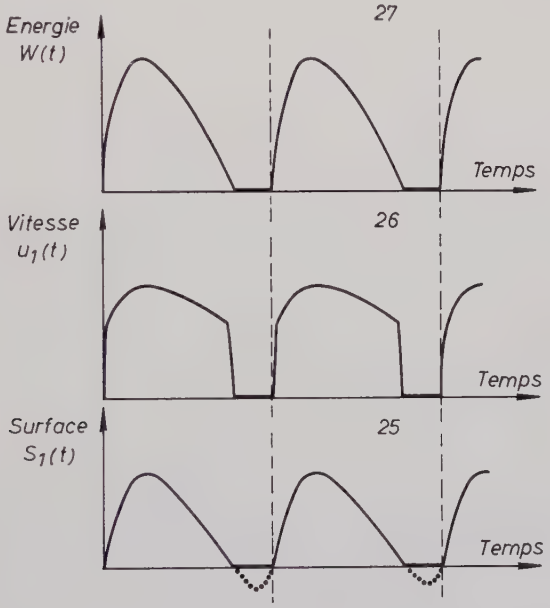


Fig. 25, 26 et 27.

II,2 MISE EN ÉQUATIONS DE L'ÉCOULEMENT TRACHÉO-GLOTTIQUE

Plaçons-nous au temps $t = t_0$ et supposons que, durant l'intervalle de temps $(t_0,\ t_0 + \Delta t_0)$, la fente glottique garde une surface invariable $S_1(t_0)$. L'écoulement de régime permanent qui s'établit alors s'écrit facilement, en désignant respectivement

la section de la tuyère, la vitesse, la pression et la masse volumique (densité) par : S_0, u_0, p_0 et ρ_0 à sa base, et par $S_1(t_0)$, u_1, p_1 et ρ_1 à son sommet (p_1 sera ici la pression atmosphérique p_A et ρ_A la densité correspondante). Nous nous placerons en outre dans le cas de l'adiabatisme, et nous désignerons par γ le rapport des chaleurs spécifiques de l'air ($\gamma = 1{,}40$). Les équations de l'écoulement sont :

[II,2-1]
$$\begin{cases} u_1^2 - u_0^2 = \dfrac{2\gamma}{\gamma - 1} \cdot \dfrac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\dfrac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] & [1]', \\ \rho_A u_1 S_1(t_0) = \rho_0 u_0, S_0 & [1]'', \\ \dfrac{\rho_A^\gamma}{p_A} = \dfrac{\rho_0^\gamma}{p_0} = C^{te}\,(K^\gamma) & [1]'''. \end{cases}$$

La dernière équation permet d'éliminer formellement ρ_A en fonction de p_A, de p_0 et de ρ_0, et dès lors la seconde équation donne :

[II,2-2]
$$u_0 = \left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \frac{S_t(t_0)}{S_0} \cdot u_1.$$

Si l'on admet que u_0 est constant, on voit que u_1 varie en raison inverse de $S_1(t_0)$, ce qui est assez satisfaisant. Mais la constance de u_0 n'a certainement pas lieu lorsque $S_1(t_0)$ est voisin de zéro, car u_1 devrait alors être infini. Comme u_1 ne peut dépasser une certaine limite connue u_m (facile à former), on doit en conclure que u_0 doit diminuer et s'annuler lorsque $S_1(t_0)$ s'approche de zéro, c'est-à-dire lorsque la glotte est voisine de sa fermeture.

II,3 VITESSE DE FUITE EN FONCTION DU DÉCOURS DE L'OUVERTURE GLOTIQUE

A. — L'élimination de u_0 entre les équations [1] et [2] donne $u_1(t)$ en fonction de l'ouverture glottique $S_1(t)$ pour la relation de Saint-Venant :

[II,3-1]
$$u_1(t) = \sqrt{\frac{\dfrac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \dfrac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\dfrac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}{1 - \left(\dfrac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \cdot \left[\dfrac{S_1(t)}{S_0}\right]^2}}.$$

dans laquelle p_1 dépend de la section considérée (donc varie avec $u(t)$). Cependant, à la sortie de la glotte, *et lorsque la pression amont p_0 est faible*, p_1 est très voisin de la pression atmosphérique extérieure p_A. En écrivant S^2 au lieu de $[S_1(t)]^2$, on peut donc prendre

[II,3-2]
$$u_1(t) \sim \sqrt{\frac{\dfrac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \dfrac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\dfrac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}{1 - \left(\dfrac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \cdot \dfrac{S^2}{S_0^2}}} = \frac{A}{\sqrt{1 - B^2\dfrac{S^2}{S_0^2}}},$$

relation dans laquelle A et B sont des constantes, définies par les conditions amont et aval de l'écoulement, et où $u_1(t)$ n'est plus fonction que de la seule ouverture glottique

$S_1(t)$. Pour $S_1(t) = 0$, la glotte se referme, toutes les pressions intérieures à la tuyère s'égalisent à p_0, et p_A doit être remplacé par p_0. On a bien alors $u_1(t) = 0$.

La relation *approchée* [II,3-2] montre que, lorsque la glotte parcourt une période complète d'ouverture : u_1 part de zéro et croît, atteint son maximum lorsque la glotte atteint sa surface maximale, puis décroît et s'annule lorsque les cordes vocales s'accolent (*fig.* 26) (1).

B. — Il convient de remarquer que, au cours de chaque phase d'ouverture, la vitesse u_1 n'atteint théoriquement jamais sa valeur réelle. L'écoulement qui débute doit d'abord chasser un petit tampon d'air initialement au repos, et obéit alors à une équation du type :

[II,3-3] $$p_0 - p_A = \rho \frac{u}{2} + \rho L \frac{du}{dt},$$

où L désigne la très petite inertie à vaincre. Sa solution est :

[II,3-4] $$u = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_A)}{\rho}} \left[\frac{2}{1 + e^{-\frac{1}{L}\sqrt{\frac{2(p_0 - p_A)}{\rho}} t}} - 1 \right],$$

fonction qui, pour t variant de 0 à $+\infty$, part de zéro, croît avec une extrême rapidité, et ne se rapproche de sa valeur maximale $\sqrt{\frac{2(p_0 - p_A)}{\rho}}$ qu'asymptotiquement.

II,4 ÉNERGIE INJECTÉE PAR LE LARYNX DANS LE PAVILLON

L'énergie injectée par le larynx dans le pavillon, au temps t et pendant l'intervalle de temps Δt, a pour valeur :

[II,4-1] $$W(t).\Delta t = p_A.q_1.\Delta t + \frac{1}{2}\rho_A q_1 u_1^2 \Delta t.$$

Aux faibles intensités vocales, u_1^2 est petit, et la petitesse de ρ_A rend le second terme (cinétique) négligeable. Il reste alors une énergie de forme potentielle (ou de compression) :

[II,4-2] $$W(t) = p_A q_1 = p_A.S_1(t).u_1(t)$$

qui est :

[II,4-3] $$W(t) = p_A.S_1(t) \sqrt{\frac{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}.\frac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}{1 - \left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[\frac{S_1}{S_0}\right]^2}},$$

relation qui est de la forme :

$$W(t) = \frac{p_A A S_1}{\sqrt{1 - B^2\left(\frac{S_1}{S_0}\right)^2}}.$$

(1) Ce résultat paraît en opposition avec la loi d'Hugoniot selon laquelle la vitesse u est en raison inverse de la section S de la tuyère. Mais il n'en est rien. La relation [2] n'est nullement applicable tout le long de la tuyère trachéo-glottique, mais seulement dans sa *tranche terminale*, où l'écoulement se fait en régime *varié*. Or nous verrons plus loin [III,9] que, en régime varié, la vitesse de fuite *décroît* lorsque les parois d'une tuyère *convergente* se *rapprochent*. Ce qui est ici le cas. Nonobstant les réserves que peut soulever le caractère approché de la relation [2], où p_1 a été confondu avec p_A, elle conduit à des conclusions correctes en ce qui concerne le *sens* de la variation de $u_1(t)$ avec $S_1(t)$.

L'énergie (ici potentielle) injectée est représentée graphiquement par la *figure* 27. Elle part de zéro, présente un maximum lors de l'ouverture maximale de la glotte, puis décroît et réatteint la valeur zéro lorsque les cordes vocales reviennent en contact.

II,5 DÉBIT MASSIQUE DE LA TUYÈRE GLOTTO-TRACHÉALE

Le débit massique a pour valeur :

[II,5-1] $$Q = \rho\,(t).S(t).u(t),$$

ce qui donne, en utilisant les relations [II,2-1], l'expression connue :

[II,5-2] $$Q = S(t)\cdot\sqrt{\frac{2\,\gamma\,p_0\,\rho_0}{\gamma-1}}\cdot\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\sqrt{\frac{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[\frac{S(t)}{S_0}\right]^2}}\,.$$

La dépendance entre $Q(t)$ et $S(t)$ est donc de la forme :

[II,5-3] $$Q(t) = \frac{DS(t)}{\sqrt{1-B^2\left[\frac{S(t)}{S_0}\right]^2}},$$

ce qui montre que $Q(t)$ varie en fonction de $S(t)$ comme l'énergie de forme potentielle injectée.

Chapitre III

THÉORIE DE LA SIRÈNE GLOTTIQUE AUX GRANDES INTENSITÉS DE LA VOIX

III,1 Dans le cas des émissions vocales de très grande intensité, la tuyère trachéo-glottique se décompose en deux parties (*fig.* 3 et 4) : 1° une partie trachéale convergente *invariable*; 2° une partie glottique légèrement divergente, mais dont la section est une *fonction périodique du temps.*

Cette fonction est donnée par le glottogramme de Fabre, et elle est très différente de la fonction $S_1(t)$ rencontrée au chapitre II et représentant le décours de l'ouverture glottique aux faibles intensités de la voix. Elle comporte notamment une phase de fermeture glottique longue, durant parfois plus de la moitié de la période (*fig.* 29), phase qui manque souvent aux faibles intensités.

Pour le baryton considéré précédemment (§ II,1), émettant la voyelle *È* ouvert sur 330 Hz (Mi 3) avec une intensité de 125 dB à 1 m de la bouche de face, l'écartement maximal des deux cordes vocales ne dépasse pas 0,05 cm. La surpression sous-glottique peut atteindre l'ordre de grandeur de 450 cm d'eau.

Quant à la longueur du canal glottique, elle varie selon les sujets, sur les clichés radiographiques en notre possession, entre 0,4 et 1,3 cm, cette dernière valeur étant sans doute loin d'en être la limite supérieure.

III,2 LES DEUX TUYÈRES SUCCESSIVES

Plaçons-nous à l'époque t d'une ouverture glottique, et supposons que, durant l'intervalle de temps $(t,\ t+dt)$, le canal glottique garde la section invariable $S_1(t)$. Nous diviserons l'écoulement en deux parties se faisant suite :

a) d'abord dans la tuyère trachéale convergente, à régime toujours permanent entre les niveaux d'indices [0] et [1];

b) puis dans le canal glottique cylindrique, à régime variable en raison de la variation de $S_1(t)$, entre les niveaux d'indices [1] et [2].

L'écoulement entre les niveaux [0] et [1] est justiciable du système d'équations précédemment considéré :

[III,2-1]
$$\begin{cases} u_1^2 - u_0^2 = \dfrac{2\gamma}{\gamma-1}\cdot\dfrac{p_0}{\rho_0}\left[1-\left(\dfrac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] & [1]', \\ \rho_1 u_1 S_1(t) = \rho_0 u_0 S_0 & [1]'', \\ \dfrac{p_1}{\rho_1^{\gamma}} = \dfrac{p_0}{\rho_0^{\gamma}} = k\ (\mathrm{C^{te}}) & [1]''', \end{cases}$$

qui définissent les valeurs ρ_1, p_1 et u_1 à la sortie de la tuyère trachéale (dont les deux premières seraient ρ_A et p_A si la tuyère débouchait à l'air libre, c'est-à-dire en l'absence de canal glottique).

Entre les niveaux [1] et [2], l'écoulement se fait à *régime variable*. Il convient d'abord d'en établir les équations, dont la considération n'est pas absolument classique, et dont nous aurons à nous servir à de nombreuses reprises au cours de la deuxième partie de ce travail.

III,3 FORMATION DES ÉQUATIONS DE L'ÉCOULEMENT EN RÉGIME VARIABLE

Soit une tuyère de section $S(x, t)$, où x est l'abscisse axiale et t le temps. La vitesse du fluide en une section (plane) est :

[III,3-1] $$u = u(x, t),$$

d'où l'on tire :

[III,3-2] $$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial t} dt,$$

et, pour l'accélération γ :

[III,3-3] $$\begin{aligned} \gamma &= \frac{du}{dt}, \\ &= \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial t}, \\ &= u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned}$$

Le débit volumique pendant le temps dt est de même :

$$\frac{Su\, dt}{dt} = Su.$$

A l'aide de ces grandeurs, nous nous proposons d'écrire : 1° l'équation de conservation de la masse; 2° l'équation d'impulsion pour la masse qui s'écoule.

III,4 FORMATION DE L'ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE

La masse de gaz qui entre au temps t pendant l'intervalle de temps dt, à travers la surface $S(t)$, est : $\rho\, Su\, dt$.

Dans le même intervalle de temps dt, il sort par la surface $\left(S + \frac{\partial S}{\partial x} dx\right)$ la masse :

[III,4-1] $$\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx\right)\left(S + \frac{\partial S}{\partial x} dx\right)\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) dt = \left[\rho\, Su + \frac{\partial (\rho\, Su)}{\partial x} dx\right] dt,$$

et la différence entre ce qui sort et ce qui entre est :

$$\frac{\partial (\rho\, Su)}{\partial x} dx\, dt.$$

Cette quantité est égale à la diminution de la même masse de gaz, pendant

l'intervalle de temps dt, sont l'effet de la variation de S et de ρ cette fois en fonction du temps, soit donc :

$$-\frac{\partial(\rho S\, dx)}{\partial t}\, dt,$$

ce qui donne l'équation cherchée :

[III,4-2] $$\frac{\partial(\rho Su)}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho S)}{\partial t}.$$

III,5 FORMATION DE L'ÉQUATION D'IMPULSION

A. — Nous formerons l'équation d'impulsion en régime variable en considérant une tranche de fluide ABA'B' d'épaisseur dx au temps t, qui, au temps $t + dt$ est venue en CDC'D', et nous exprimerons que, dans son mouvement, la variation de sa quantité de mouvement Q est égale, pendant le temps dt, à l'action du système de forces agissant sur elle (*fig.* 28).

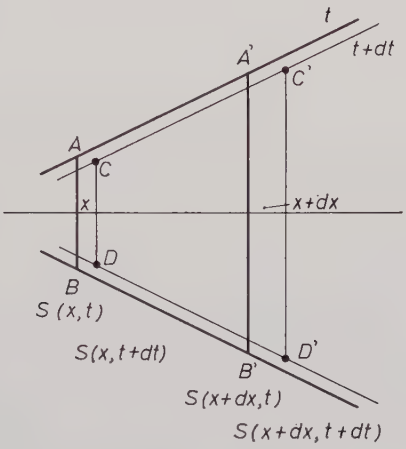


Fig. 28.

La quantité de mouvement en position ABA'B' est :

$$Q_1 = \rho S\, dx.u,$$

et celle de position CDC'D' est :

[III,5-2] $$Q_2 = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right)\left(S + \frac{\partial S}{\partial t} dt\right)\left(u + \frac{\partial u}{\partial t} dt\right)\left[dx + \frac{\partial(dx)}{\partial t} dt\right],$$

où nous évaluerons l'accroissement d'épaisseur $\frac{\partial(dx)}{\partial t} dt$ à l'aide de l'équation de conservation de la masse, qui donne :

$$\rho S\, dx = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right)\left(S + \frac{\partial S}{\partial t} dt\right)\left[dx + \frac{\partial(dx)}{\partial t} dt\right]$$
$$= \rho S\, dx + dx \frac{\partial(\rho S)}{\partial t} dt + \rho S \frac{\partial(dx)}{\partial t} dt + \frac{\partial(dx)}{\partial t} \frac{\partial(\rho S)}{\partial t} dt^2.$$

D'où :

[III,5-3] $$\rho S \frac{\partial(dx)}{\partial t} dt = -\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} dx\, dt$$

et, compte tenu de (III,4-2) :

[III,5-4] $$\frac{\partial(dx)}{\partial t} dt = \frac{1}{\rho S} \frac{\partial(\rho Su)}{\partial x} dx\, dt.$$

On a alors pour l'accroissement d'impulsion :

[III,5-5]

$$\begin{aligned} Q_2 - Q_1 &= \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} dt\right)\left(S + \frac{\partial S}{\partial t} dt\right)\left(u + \frac{\partial u}{\partial t} dt\right)\left[dx + \frac{1}{\rho S} \frac{\partial(\rho Su)}{\partial x} dx\, dt\right] - \rho Su.dx \\ &= \rho Su\left[\frac{1}{\rho Su} \frac{\partial(\rho Su)}{\partial t} + \frac{1}{\rho S} \frac{\partial(\rho Su)}{\partial x}\right] dx\, dt \\ &= \left[\frac{\partial(\rho Su)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho Su)}{\partial x}\right] dx\, dt. \end{aligned}$$

Évaluons les forces qui se sont exercées sur le fluide en ABA'C' pour déterminer son mouvement. Elles se décomposent en forces : *a*) latérales d'entrée f_1 ; *b*) latérales de sortie f_2 ; *c*) pariétales f_3. On a :

[III,5-6]

$$\begin{aligned} f_1 &= pS, \\ f_2 &= -\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right)\left(S + \frac{\partial S}{\partial x} dx\right) = -pS - \frac{\partial(pS)}{\partial x} dx, \\ f_3 &= p \text{ . projection de la variation de section sur plan perpendiculaire à OX}, \\ f_3 &= p \frac{\partial S}{\partial x} dx. \end{aligned}$$

D'où la somme des forces appliquées :

[III,5-7] $$f_1 + f_2 + f_3 = -\frac{\partial(pS)}{\partial x} dx + p \frac{\partial S}{\partial x} dx = -S \frac{\partial p}{\partial x} dx.$$

Dès lors l'équation d'impulsion en régime varié s'écrit :

[III,5-8] $$Q_2 - Q_1 = (f_1 + f_2 + f_3)\, dt,$$

ce qui donne :

[III,5-9] $$-S \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\rho Su)}{\partial t} + u \frac{\partial(\rho Su)}{\partial x}.$$

B. — A l'approximation habituelle de l'acoustique aux faibles déplacements, l'équation d'impulsion se réduit à :

[III,5-10] $$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{S} \frac{\partial(\rho Su)}{\partial t}.$$

C. — Si en plus ρ varie peu pendant le temps dt, on a :

[III,5-11] $$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{S} \frac{\partial(Su)}{\partial t}.$$

équation donnée comme générale par G. Ungeheuer, en 1958, sur la base de raisonnements insuffisants.

III,6 INTRODUCTION D'UN TERME REPRÉSENTANT L'ACTION DE LA PAROI

Si la paroi se déplace très vite, il n'est plus possible de supposer que, à chaque instant, les forces pariétales f_3 sont équilibrées par la pression intérieure. La paroi exerce alors sur le fluide une force de la forme : $p + f$, et on a :

$$f_3 = (p + f) \frac{\partial S}{\partial x} dx$$

et :

$$f_1 + f_2 + f_3 = - S \frac{\partial p}{\partial x} dx + f \frac{\partial S}{\partial x} dx,$$

et l'équation d'impulsion en régime varié devient :

[III,6-1] $$\frac{\partial (\rho S u)}{\partial t} + u \frac{\partial (\rho S u)}{\partial x} = - S \frac{\partial p}{\partial x} + f \frac{\partial S}{\partial x},$$

Si ρ varie peu durant l'écoulement (cas d'un conduit très court), cette équation peut s'écrire :

$$\frac{\partial (S u)}{\partial t} + u \frac{\partial (S u)}{\partial x} = - \frac{S}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{f}{\rho_0} \frac{\partial S}{\partial x},$$

équation qui, en posant :

$$\frac{f}{\rho_0} = F,$$

s'écrit :

[III,6-2] $$\frac{\partial (S u)}{\partial t} + u \frac{\partial (S u)}{\partial x} = - \frac{S}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + F \frac{\partial S}{\partial x}.$$

Développée, elle donne :

$$S \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial t} + u \left[S \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial S}{\partial x} \right] = - \frac{S}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + F \frac{\partial S}{\partial x}.$$

Si les produits $u \frac{\partial S}{\partial t}$ et $u \frac{\partial S}{\partial x}$ sont petits, l'équation se réduira à :

[III,6-3] $$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + F \left(\frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \right)$$

qui généralise légèrement l'équation d'Euler pour un écoulement *faiblement varié* et avec pression exercée par la paroi.

III,7 SYSTÈME D'ÉQUATIONS DÉFINISSANT L'ÉCOULEMENT GLOTTIQUE

Reprenons la tuyère trachéo-glottique dans le cas des grandes intensités phonatoires. Entre les niveaux [1] et [2], l'écoulement se fait entre des parois glottiques qui

s'écartent et se rapprochent rapidement. Cet écoulement est justiciable du système d'équations :

$$[\text{III,7-1}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial(\rho S u)}{\partial x} = -\dfrac{\partial(\rho S)}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial(\rho S u)}{\partial t} + u\dfrac{\partial(\rho S u)}{\partial x} = -S\dfrac{\partial p}{\partial x} + f\dfrac{\partial S}{\partial x}, \\ \dfrac{p}{\rho^\gamma} = \dfrac{p_0}{\rho_0^\gamma}. \end{cases}$$

Dans ce système, u, p et ρ sont fonction de x et de t.

Au niveau [2] de sortie, il nous faudra calculer u_2.

Au niveau [1] d'entrée de la glotte, nous prendrons pour u_1, p_1 et ρ_1 les solutions tirées du système [III,2-1], mais où ρ_1 et p_1 ne seront plus pris égaux à ρ_A et p_A, mais remplacés par leurs expressions générales.

Quant à la fonction $S(x, t)$ à introduire dans le système [1], nous prendrons :

$$[\text{III,7-2}] \qquad S(x, t) = S(0, t) + xl \operatorname{tg} \alpha = S_1(t) + xl \operatorname{tg} \alpha,$$

où $S_1(t)$ désigne la surface des ouvertures glottiques en fonction du temps aux grandes intensités phonatoires, donnée par la glottographie électrique et représentée par la *figure* 28; où l est la longueur des cordes vocales; et où α représente l'angle de divergence (faible) de la tuyère glottique.

La vitesse u est ici très grande : de l'ordre de 100 à 200 m/s, et, comme le canal glottique est de l'ordre du centimètre, la traversée de la glotte dure moins d'un dix-millième de seconde. Durant ce temps, $S(x)$ a peu varié, car la vitesse de rapprochement des parois de la glotte est de l'ordre de 0,05 cm en un millième de seconde, soit 50 cm/s, soit 200 à 400 fois plus faible que la vitesse u. Il en résulte que, dans l'équation d'impulsion, les termes en $u\dfrac{\partial S}{\partial t}$ et $u\dfrac{\partial S}{\partial x}$ du premier membre pourront être négligés devant leurs voisins, tandis que, au second membre, le terme en $\dfrac{\partial S}{\partial x}$ devra être gardé avec son multiplicateur f qui peut être grand. Le système à étudier devient :

$$[\text{III,7-3}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial(\rho S u)}{\partial x} = -\dfrac{\partial(\rho S)}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{f}{\rho_0}\left(\dfrac{1}{S}\dfrac{\partial S}{\partial x}\right), \\ \dfrac{p}{\rho^\gamma} = \dfrac{p_0}{\rho_0^\gamma} \end{cases}$$

que nous nous bornerons à étudier au cours d'une phase de *rapprochement des cordes vocales* dans leur comportement phonatoire.

Nous ne garderons que les variables u et ρ.

L'équation de continuité s'écrit :

$$\rho_0 u\frac{\partial u}{\partial x} + \rho_0\frac{\partial u}{\partial t} + c^2\frac{\partial \rho}{\partial x} = f \cdot \frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial x}$$

et le système à étudier devient :

$$[\text{III,7-4}] \qquad \begin{cases} \rho_0 S \dfrac{\partial u}{\partial x} + Su \dfrac{\partial \rho}{\partial x} + \rho_0 u \dfrac{\partial S}{\partial x} + S \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = - \rho_0 \dfrac{\partial S}{\partial t} & [4]', \\ \rho_0 u \dfrac{\partial u}{\partial x} + \rho_0 \dfrac{\partial u}{\partial t} + c^2 \dfrac{\partial \rho}{\partial x} = f \cdot \dfrac{1}{S} \dfrac{\partial S}{\partial x} & [4]''. \end{cases}$$

Nous remarquerons que, si S ne dépendait ni de x ni de t, ce système serait satisfait par la solution $u_1(t)$, ρ_A et p_A définie par le système (II,2-1) précédemment étudié. Nous poserons donc :

$$[\text{III,7-5}] \qquad \begin{cases} u = u_1 + \varepsilon U, \\ \rho = \rho_A + \varepsilon R, \\ p = p_A + \varepsilon P, \\ S(x, t) = S_1(t) + \varepsilon x l \operatorname{tg} \alpha. \end{cases}$$

La substitution de [5] dans [4] nous donnera le système d'équations aux dérivées partielles, appelée « auxiliaire » par Darboux, en 1883, obtenu en se limitant aux termes du premier degré en ε, et définissant la solution voisine U et R, approximation première de la solution recherchée du système [3].

III,8 FORMATION DU SYSTÈME DIFFÉRENTIEL « AUXILIAIRE » (SELON DARBOUX, 1883)

La substitution [5] faite dans le système [4] donne :

$$[\text{III,8-1 et 2}] \qquad \begin{cases} \rho_A \dfrac{\partial U}{\partial x} + u_1 \dfrac{\partial R}{\partial x} + \dfrac{\partial R}{\partial t} = - R \dfrac{\partial u_1}{\partial x} - R \dfrac{1}{S_1} \dfrac{\partial S_1}{\partial t} - \dfrac{\rho_A l \operatorname{tg} \alpha}{S_1} \left(x \dfrac{\partial u_1}{\partial x} + u_1 \right); \\ \rho_A u_1 \dfrac{\partial U}{\partial x} + \rho_A \dfrac{\partial U}{\partial t} + c^2 \dfrac{\partial R}{\partial x} = - R \dfrac{\partial u_1}{\partial t} - R u_1 \dfrac{\partial u_1}{\partial x} - \rho_A U \dfrac{\partial u_1}{\partial x} + R F S_1. \end{cases}$$

Comme u_1 est indépendant de x, le système « auxiliaire » définissant U et R s'écrit :

$$[\text{III,8-3}] \qquad \begin{cases} \rho_A \dfrac{\partial U}{\partial x} + u_1 \dfrac{\partial R}{\partial x} + \dfrac{\partial R}{\partial t} = - R \dfrac{1}{S_1} \dfrac{\partial S_1}{\partial t} + \dfrac{\rho_A l \operatorname{tg} \alpha}{S_1} u_1, \\ u_1 \dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{\partial U}{\partial t} + \dfrac{c^2}{\rho_0} \dfrac{\partial R}{\partial x} = \dfrac{R}{\rho_0} \left(F S_1 - \dfrac{du_1}{dt} \right). \end{cases}$$

Comme le trajet intraglottique, aux grandes intensités, est parcouru par l'écoulement en 3 à 10 cent-millièmes de seconde, on peut admettre que U et R ont peu varié en fonction de x en traversant le larynx, donc que $\dfrac{\partial U}{\partial x}$ et $\dfrac{\partial R}{\partial x}$ sont *petits*. Nous poserons donc :

$$[\text{III,8-4}] \qquad \begin{cases} U = U_1(t) + x U_2(t) + \cdots, \\ R = R_1(t) + x R_2(t) + \cdots. \end{cases}$$

$U_1(t)$ et $R_1(t)$ sont alors solutions du système d'équations différentielles ordinaires :

$$[\text{III,8-5}] \qquad \begin{cases} \dfrac{dR_1}{dt} + R_1 \dfrac{1}{S_1} \dfrac{dS_1}{dt} = \dfrac{\rho_A l u_1 \operatorname{tg} \alpha}{S_1}, \\ \dfrac{dU_1}{dt} = R_1 \cdot \dfrac{1}{\rho_A} \left(F S_1 - \dfrac{du_1}{dt} \right), \end{cases}$$

dont la solution définira la première approximation de U et de R.

III,9 L'ACCROISSEMENT DE LA MASSE VOLUMIQUE ET DE LA VITESSE DE FUITE

La première équation [5] donne la suite :

$$\frac{d}{dt}(R_1 S_1) = \rho_\Lambda l \operatorname{tg} \alpha \, u_1,$$

d'où :

[III,9-1] $$R_1(t) = \frac{\rho_\Lambda l \operatorname{tg} \alpha}{S_1} \int_{t_1}^{t} u_1 \, dt = \frac{\rho_\Lambda l \operatorname{tg} \alpha}{S_1} \Phi(t),$$

où t_1 est l'instant où commence la phase de rapprochement des cordes vocales, racine de l'équation (qui donne le sommet du glottogramme) :

[III,9-2] $$\frac{dS_1}{dt} = 0.$$

Cette relation montre que R_1 (accroissement de ρ) augmente lorsque la section diminue, et croît aussi avec le débit instantané de la glotte.

La seconde équation [5] donne :

[III,9-3] $$U_1(t) = lF \operatorname{tg} \alpha \int_{t_1}^{t} \Phi(t) \, dt - l \operatorname{tg} \alpha \int_{t_1}^{t} \frac{\Phi(t)}{S_1} \cdot \frac{du_1}{dt} \cdot dt$$

avec une constante d'intégration nulle. Comme F est grand dans le cas de la phonation, le premier terme est prépondérant, et au surplus $\frac{du_1}{dt}$ est négatif en phase de rapprochement des cordes vocales. Nous prendrons :

$$U_1(t) = lF \operatorname{tg} \alpha \int_{t_1}^{t} \int_{t_2}^{t} u_1(t) . dt . dt,$$

relation importante qui montre que l'accroissement $U_1(t)$ de $u_1(t)$, durant la phase de rapprochement des cordes vocales :

1° est toujours positif si la tuyère glottique est divergente;

2° croît avec F, tonus du sphincter glottique;

3° croît avec la longueur et l'épaisseur des cordes vocales;

4° croît avec la vitesse u_1 à la sortie de la tuyère trachéale.

III,10. Les résultats qui viennent d'être mis en évidence ont une importance particulière qui mérite d'être soulignée. L'existence d'un canal glottique *légèrement divergent*, faisant suite à la tuyère tracheale convergente, et présentant des ouvertures rythmées de grandes fréquences (fréquences acoustiques), modifie la vitesse de fuite u_1 à la sortie de la trachée en lui ajoutant, au cours de chaque phase de rapprochement des cordes vocales, un complément de vitesse U_1 toujours positif (*fig.* 30), ce qui permet d'écrire la partie principale de la vitesse de fuite au sortir de la glotte sous la forme :

[III,10-1] $$u(t) = u_1(t) + lF \operatorname{tg} \alpha \int_{\theta}^{\theta+\Delta} \int_{\theta}^{\theta+\Delta} u_1(t) . dt . dt,$$

ou encore, en explicitant $u_1(t)$:

$$u(t) = \frac{A}{\sqrt{1 - B^2 \cdot \frac{S^2}{S_0^2}}} + lF \operatorname{tg} \alpha \int_{\theta}^{\theta+\Delta} \int_{\theta}^{\theta+\Delta} \frac{A}{\sqrt{1 - B^2 \cdot \frac{S^2}{S_0^2}}} dl.dl,$$

où θ désigne l'instant où la glotte est ouverte au maximum (racine de : $S'(\theta) = 0$), et où Δ désigne la durée de la phase de rapprochement des cordes vocales.

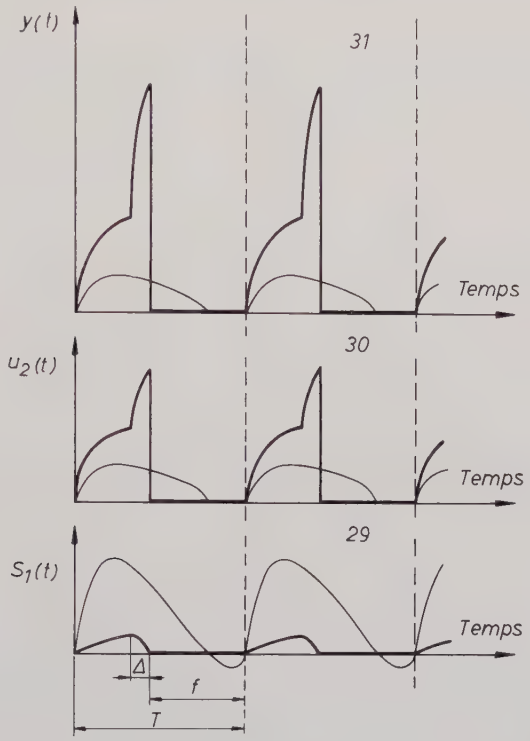


Fig. 29, 30 et 31.

En raison de la grandeur de F, tonus de constriction glottique, U_1 peut atteindre et même dépasser la valeur de u_1. Le mouvement de rapprochement des lèvres de la tuyère glottique accroît donc la vitesse de l'écoulement à la fin de chaque période, donc élève la pression acoustique créée au sortir de la glotte. Cette énergie acoustique créée est alors *supérieure à l'énergie de détente* provenant de la surpression sous-glottique $p_0 - p_A$.

III,11 ÉNERGIE INJECTÉE PAR LE LARYNX DANS LE PAVILLON

L'énergie injectée par le larynx dans le pavillon au temps t est (§ II,4) :

$$W(t) = p_A q_1(t) + \frac{1}{2} \rho_A q_1(t) u_1^2(t),$$

et, dans le cas présent, la grandeur de u_1^2 fait que c'est le premier terme qui est devenu

négligeable devant le second. L'énergie injectée par le larynx dans le pavillon a en quasi-totalité une forme *cinétique*, et l'on a :

[III,11-1] $$W(t) = \frac{1}{2}\,\rho_A S_2(t).u_2^3(t),$$

où il sera loisible de remplacer $S_2(t)$ par $S_1(t)$. Nous écrirons donc :

[III,11-2] $$W(t) = \frac{1}{2}\,\rho_A . S_1(t)\left[u_1(t) + lF\,\mathrm{tg}\,\alpha \int_\theta^{\theta+\Delta}\int_\theta^{\theta+\Delta} u_1(t)\,dt\,dt\right]^3.$$

Dans cette expression, l'intégrale double peut être prépondérante si F n'est pas trop petit. La fonction $u_1(t)$ étant toujours positive, sa primitive est constamment croissante, et l'intégrale double croît très vite.

Il en résulte que $W(t)$ est maximale vers la fin de la période de rapprochement des cordes vocales, où elle peut recevoir des valeurs énormes durant une durée très courte, valeurs énormes s'annulant brusquement dès que survient le contact des cordes vocales. Ce dernier fait va particulariser hautement le développement de la série de Fourier de la pression acoustique ainsi créée.

III,12 FOURNITURE HARMONIQUE CRÉÉE AU SORTIR DU LARYNX

Il est facile de déduire, de $W(t)$, la pression acoustique créée au sortir du larynx, mais il faut pour cela faire une hypothèse sur ses *conditions de propagation* à la sortie de la glotte (ondes planes, sphériques etc.). Pour fixer les idées, assimilons le bas pharynx à un tuyau et ne portons notre attention que sur l'onde plane progressive qui s'y propage. On a l'onde :

[III,12-1] $$Y = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

dont l'énergie *totale est* :

[III,12-2] $$W(t) = \frac{1}{2}\,\rho_A V_0 \left[\frac{\partial f}{\partial t}\right]^2$$

où V_0 est le volume initialement occupé. On a donc, à un facteur constant près :

[III,12-3] $$\frac{\partial f}{\partial t} = \sqrt{W(t)},$$

d'où :

[III,12-4] $$Y(t) = \int_0^t \left\{\sqrt{\frac{\rho_A\,S_1(t)}{2}}\sqrt{\left[u_1(t) + lF\,\mathrm{tg}\,\alpha \int_\theta^{\theta+\Delta}\int_\theta^{\theta+\Delta} u_1(t).dt.dt\right]^3}\right\} dt,$$

et la fourniture harmonique créée (à un facteur constant multiplicatif près) sera donnée par le développement en série de Fourier de $Y(t)$ (*fig.* 31).

En fait, cette fonction pourra être réduite à sa partie principale, constituée par un rectangle ou un triangle mince de base Δ, et de hauteur H donnée par la formule :

[III,12-5] $$H = \int_0^{\theta+\Delta} \left\{\sqrt{\frac{\rho_A\,S_1(t)}{2}}\sqrt{\left[lF\,\mathrm{tg}\,\alpha \int_0^{\theta+\Delta}\int_\theta^{\theta+\Delta} u_1(t).dt.dt\right]^3}\right\} dt.$$

Cette fourniture serait évidemment différente si, à la sortie du larynx, l'onde créée se propageait différemment, et notamment en ondes sphériques.

III,13

APPLICATION NUMÉRIQUE. ÉVALUATION DU MAXIMUM DE VITESSE DE FUITE

Plaçons-nous dans les conditions du chant à grande puissance, et proposons-nous de calculer la vitesse maximale de fuite de l'air au sortir de la glotte. Nous calculerons d'abord le maximum de $u_1(t)$, soit u_m, qui correspond à la plus grande surface de la glotte au cours d'une période. Puis nous calculerons la partie principale $U_1(t)$ du supplément de vitesse de fuite résultant du rapprochement rapide des bords de la glotte au cours d'une période.

En raison de l'incertitude qui pèse sur les valeurs à attribuer à certaines données, les résultats numériques obtenus ne sauraient que représenter des estimations raisonnables.

A. — **Calcul du maximum de $u_1(t)$.**

Nous utiliserons la relation [II,3-1] sous la forme :

[III,13-1]
$$u_1(t) = c\sqrt{\frac{\frac{2}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\left[\frac{S_1(t)}{S_0}\right]^2}}.$$

Nous prendrons : $\gamma = 1{,}41$; $p_A = 1{,}033$ cm d'eau.

Nous utiliserons une surpression sous-glottique de 400 cm d'eau (valeur que nous croyons être atteinte dans les fortissimos du chant théâtral). Ce qui donne : $p_0 = 1.453$ cm d'eau.

Pour surface de la section de la trachée dans sa partie quasi cylindrique, nous prendrons : $S_0 = 3{,}2$ cm².

Pour surface maximale de l'ouverture glottique au cours d'une période dans de telles conditions d'intensité d'émission vocale, la laryngostroboscopie nous donne une fente glottique fusiforme de l'ordre de 4 mm de largeur maximale. Si l'on prend des cordes vocales longues de 2 cm, la surface glottique atteint ainsi 0,6 cm² au maximum.

La valeur de c, vitesse du son dans les conditions de température et d'humidité de la trachée, est donnée par la formule :

[III,13-2]
$$\begin{cases} c' = c_0 + \Delta c, \\ \Delta c = c_0\left[\frac{t}{546} + 0{,}153\,\frac{p_1}{p}\right], \end{cases}$$

où : $t = 37°$; $\frac{p_1}{p} \sim 0{,}08$ et $c_0 = 33\,250$ cm/s.

On a ainsi :

[III,13-3]
$$u_m = 33\,250\left[1 + \frac{37}{546} + 0{,}153 \times 0{,}08\right]\sqrt{\frac{\frac{2}{0{,}41} \times \left[1-\left(\frac{1\,033}{1\,433}\right)^{\frac{0{,}41}{1{,}41}}\right]}{1-\left(\frac{1\,033}{1\,433}\right)^{\frac{2}{1{,}41}} \times \left[\frac{0{,}6}{3{,}2}\right]^2}},$$

soit :

[III,13-4]
$$u_m = 23\,000 \text{ cm/s}.$$

B. **Calcul du supplément de vitesse de fuite introduit par le rapprochement rapide des cordes vocales en fin de période d'ouverture glottique.**

Nous utiliserons la relation [III,10-1] :

[III,13-5] $$U_1 = lF \operatorname{tg} \alpha \int_{\theta}^{\theta+\Delta} \int_{\theta}^{\theta+\Delta} u_1(t).dt.dt,$$

où θ est l'instant où la glotte est à son maximum d'ouverture, et où Δ est la durée de la phase de rapprochement des cordes vocales.

Nous prendrons : $l = 2$ cm et $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$ (cette dernière valeur estimée sur un cliché tomographique du larynx de Mme Rita Gorr).

Δ est de l'ordre de 1/10 de période pour M. Guy Chauvet émettant un Si 3 (488 Hz). Nous prendrons donc : $\Delta = 0{,}000\ 2$ s.

La grandeur F, tonus de la musculature glottique, est la plus difficile à évaluer. Nous admettrons qu'elle agit comme une *percussion*, ramenant ainsi la corde vocale à l'accolement médian en fin de période. On a donc

[III,13-6] $$\int F\, dt = m.dv = m \cdot \frac{de}{dt}.$$

Si nous la supposons constante durant l'intervalle de temps dt, on en tire :

$$F = m \cdot \frac{de}{(dt)^2}.$$

On peut prendre ici : $de = 0{,}2$ cm et $dt = 0{,}000\ 2$ s. Mais il serait erroné de prendre pour dm la masse d'une corde vocale, soit environ 1 g, car F travaille aussi contre les liaisons de la corde, et correspond à une action tonique exercée par toute la musculature sphinctérienne glottique. Nous prendrons donc : $m = 20$ g. Ce qui donne

[III,13-7] $$F = 20 \times \frac{0{,}2}{(0{,}000\ 2)^2} = 10^8 \text{ dynes.}$$

La quantité lF tg α est alors égale à :

[III,13-8] $$lF \operatorname{tg} \alpha = 2 \times 10^8 \times \frac{1}{5} = 4 \times 10^7.$$

Pour évaluer l'intégrale double, nous assimilerons le décours de $u_1(t)$, durant la phase de rapprochement des cordes vocales, à une *cosinusoïde* dont l'argument varierait de zéro à $\frac{\pi}{2}$, tandis que $u_1(t)$ varie de sa valeur maximale u_m jusqu'à zéro. La double intégration porte donc sur la fonction :

[III,13-9] $$u_1(t) = u_m . \cos \omega t,$$

où l'on a : $\omega \times 0{,}000\ 2 = \frac{\pi}{2}$, soit : $\omega = \frac{\pi}{4} \times 10^{-4}$. On a donc à calculer l'intégrale double :

[III,13-10] $$I = \int_0^{0{,}000\ 2} \int_0^{0{,}000\ 2} u_m . \cos \omega t.dt.dt,$$

qui donne :

[III,13-11] $$I = \frac{u_m}{\omega^2} [1 - \cos \omega t]_0^{0{,}0002} = \frac{u_m}{\omega^2}.$$

On obtient ainsi finalement la valeur de U_1 en fonction de u_m sous la forme :

[III,13-12] $$U_1 = 0{,}64\ u_m = 14\,700 \text{ cm/s},$$

relation qui montre que le supplément de vitesse acquis est de l'ordre de grandeur de la moitié de la vitesse maximale de fuite qui serait atteinte sans les percussions exercées en phase de rapprochement des cordes vocales.

Il convient d'observer que cet accroissement de vitesse résulte quasi exclusivement de la grandeur de F, *tonus du sphincter glottique*, et croît (et décroît) proportionellement avec lui. Le chant à grande puissance est donc un athlétisme de la musculature sphinctérienne laryngée.

Chapitre IV

GENÈSE DES ULTRA-SONS ÉMIS PAR L'HOMME ET PAR CERTAINS CHIROPTÈRES

IV,1 Dès 1938, G. W. Pierce et D. R. Griffin montrèrent expérimentalement que les sons émis par la chauve-souris contenaient des harmoniques dépassant la limite des sons audibles par l'oreille humaine. Par la suite, il fut établi par de nombreux auteurs que ces harmoniques atteignaient parfois 120 000 Hz, et que ces chiroptères s'en servaient, au titre de radar, pour éviter les obstacles au cours de leurs vols nocturnes.

En 1961, M. Fischer, Dozent à l'Institut d'Anatomie de Fribourg-en-Brisgau, montra que le larynx de ces chiroptères présentait une structure anatomique identique à celle d'un larynx humain, c'est-à-dire qu'il fonctionnait sur le modèle d'une *sirène à fentes fines.*

Fort de ce rapprochement, nous avons recherché, dès 1962, des ultra-sons dans les voyelles émises à très grande intensité par différents chanteurs de Grand-Opéra, notamment par MM. Guy Chauvet, Georges Vaillant et Gérard Chapuis, de l'Opéra de Paris. Nous avons employé l'analyseur AF-12 Pimonow n° 103, explorant les gammes 0-12 000 et 10 000-50 000 Hz, à sélectivité fixe de 30 Hz. Les sons émis atteignaient 125 à 130 dB à 1 m de la bouche de face, soit 145 à 150 dB au niveau des lèvres, sur des fréquences de 435 Hz pour le premier nommé et de 300 Hz pour les deux autres. Les analyses faites révélèrent l'existence d'harmoniques atteignant la limite analysable par l'appareil, et par conséquent s'étendant au delà (jusqu'aux environs de 70 000 Hz).

Nous allons montrer que l'étendue si remarquable de la fourniture laryngée des sons émis par l'homme et par certains chiroptères n'est que la conséquence du fonctionnement de leur larynx sur le modèle d'une *sirène à fentes fines*, fonctionnement caractérisé par une *phase de rapprochement ultra-brève* des cordes vocales à chaque période de leur comportement phonatoire, assortie d'une divergence légère de la tuyère glottique au cours de cette phase de rapprochement.

Nous venons d'étudier le décours en fonction du temps de l'énergie créée à chaque période dans de telles conditions (§§ III,11 ; III,12) : il nous suffira de calculer la représentation de Fourier qui lui est énergiquement équivalente.

IV,2

COMPOSITION HARMONIQUE DES SONS LARYNGÉS ÉMIS PAR L'HOMME A TRÈS GRANDE INTENSITÉ. PÉRIODICITÉ DU SPECTRE DE LA FOURNITURE ACOUSTIQUE CRÉÉE

A. — Nous avons vu que la fonction $Y(t)$ donnée par la relation [III,12-4] pouvait se réduire à un rectangle de hauteur H (relation [5]) et ayant pour base une faible partie de la période T glottique, faible partie égale à Δ, durée de la *phase de rapprochement* (ultra-brève) des cordes vocales. Si f est la durée de la phase de fermeture de la glotte, nous avons donc à représenter en série de Fourier une fonction : *a*) nulle de 0 à

$$(T - f - \Delta);$$

b) égale à H de $(T - f - \Delta)$ à $(T - f)$; *c*) nulle de $(T - f)$ à T (*fig.* 30). Nous poserons :

[IV,2-1] $$Y(t) = \sum_{n=1}^{n\infty} A_n \sin \frac{2n\pi t}{T} + B_0 + \sum_{n=1}^{n\infty} B_n \cos \frac{2n\pi t}{T},$$

ou encore :

[IV,2-2] $$Y(t) = B_0 + \sum_{n=1}^{n\infty} a_n \sin \left(\frac{2n\pi t}{T} - \alpha_n \right),$$

où l'on a posé :

[IV,2-3] $$\begin{cases} a_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}, \\ \alpha_n = \text{arc tg} \left(-\dfrac{B_n}{A_n} \right). \end{cases}$$

Les coefficients B_0 et a_n sont seuls intéressants. Les relations de Fourier donnent :

[IV,2-4]

$$B_0 = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t)\, dt = H \cdot \frac{\Delta}{T},$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(t) . \sin \frac{2n\pi t}{T} \cdot dt = \frac{2H}{nT} \left[\cos 2n\pi \left(\frac{T - f - \Delta}{T} \right) - \cos 2n\pi \left(\frac{T - f}{T} \right) \right],$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T Y(t) . \cos \frac{2n\pi t}{T} \cdot dt = \frac{2H}{nT} \left[\sin 2n\pi \left(\frac{T - f}{T} \right) - \sin 2n\pi \left(\frac{T - f - \Delta}{T} \right) \right].$$

Elles donnent pour les coefficients a_n :

$$a_n^2 = A_n^2 + B_n^2 = \frac{16 H^2}{n^2 T^2} \sin^2 \frac{\pi n \Delta}{T},$$

soit enfin :

[IV,2-5] $$a_n = \frac{4H}{nT} \sin \pi n \frac{\Delta}{T}.$$

B. — L'intensité de l'harmonique d'ordre n a alors pour valeur :

$$I = \frac{1}{2} \rho c a_n^2 \left(\frac{2\pi n}{T} \right)^2,$$

qui est de la forme :

[IV,2-6] $$I = K H^2 \sin^2 \pi n \frac{\Delta}{T}.$$

Cette intensité ne tend pas vers zéro lorsque n croît indéfiniment, mais passe périodiquement par des minimums nuls et des maximums successifs égaux. Ces minimums et ces maximums ont lieu lorsque le produit $n\frac{\Delta}{T}$ est un multiple de $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire lorsque le numéro d'ordre n de l'harmonique est un multiple de $\frac{T}{2\Delta}$. Or, $\frac{T}{\Delta}$ est un nombre abstrait toujours supérieur à l'unité, puisque Δ est une fraction de la période T.

Dans le cas des grandes intensités (*fig.* 28), Δ devient notamment très petit, et tombe au dizième de la période T environ (et même parfois moins). Dans le cas (rencontré) où : $T \sim 10\,\Delta$, la suite des minimums et des maximums de l'intensité des harmoniques successifs de la fourniture laryngée se présente comme suit :

— minimums nuls pour les harmoniques n^{os} : (0), 10, 20, 30, ... ;
— maximums pour les harmoniques n^{os} : 5, 15, 25, 35, ...

Les fréquences des harmoniques successifs sont de la forme : $\frac{n}{T}$ ou nf_0, où f_0 est la fréquence du fondamental, et leurs intensités ont une « enveloppe » qui représente une courbe périodique dont la période graphique est Δ, soit $\frac{\Delta}{T}$ fois celle du fondamental (celui-ci étant toujours voisin du premier minimum nul).

Ainsi donc :

a) si le fondamental reste fixe, les maximums successifs ne dépendent que du rapport $\frac{\Delta}{T}$, soit donc de la durée Δ de la phase de rapprochement des cordes vocales : ils s'écartent si Δ diminue (c'est-à-dire si le tonus glottique s'élève);

b) si Δ reste constant, et si l'on fait varier le fondamental, les maximums de la fourniture se présentent sur des fréquences fixes, donc en des points invariables d'un panorama de fréquences sur un appareil analyseur.

Ces deux propriétés ouvrent la porte à des vérifications expérimentales que nous allons maintenant exposer.

IV,3 MISE EN ÉVIDENCE EXPÉRIMENTALE D'ULTRA-SONS DANS LA VOIX HUMAINE

L'analyse de la voix de M. Guy Chauvet, premier ténor de l'Opéra de Paris, effectuée le 19 avril 1962 au Laboratoire de Psychophysiologie de la Sorbonne, a notamment donné les résultats suivants :

1° Voyelle *A* émise sur Ut dièze 3 (274 Hz), puis sur Mi 3 (326 Hz), avec des intensités respectives de 108 dB et de 114 dB mesurées à 1 m de la bouche (de face).

Sur la gamme des fréquences 10 000-50 000 de l'analyseur, les maximums s'observent sur des fréquences *remarquablement fixes grosso modo* égales à : 10 800, 12 600, 14 400, 16 200, 18 000, etc., soit de la forme : $(2n + 1)\,900$. Ceci jusque vers 30 000. Il en résulte que : $\Delta = 0{,}001\,8$ s, c'est-à-dire que la phase de rapprochement des cordes vocales dure environ le sixième de la période glottique sur ces fréquences du haut médium de ténor émises à une telle intensité.

2° Voyelle *È* (fermée) émise sur Sol dièze 3 (411 Hz), puis sur Si 3 (488 Hz), avec des intensités respectives de 132 dB et de 135 dB mesurées à 1 m de la bouche (de face).

Sur la gamme des fréquences 10 000-50 000 de l'analyseur, les maximums s'observent sur des fréquences *remarquablement fixes grosso modo* égales à : 12 500, 17 500, 22 500, 27 500, etc, soit de la forme : $(2n + 1)\,2\,500$. Ceci jusque vers 70 000 par extrapolation graphique. Il en résulte que : $\Delta = 0{,}000\,5$, c'est-à-dire que la phase de rapprochement des cordes vocales dure environ le dixième de la période glottique sur ces fréquences aiguës de ténor émises à une telle intensité.

Les *figures* 32, 33 et 34 éclairent ces phénomènes :

a) sur la figure 32, nous avons représenté la courbe *enveloppe :* $\sin^2 \frac{\Delta}{T}$, avec $\frac{\Delta}{T}$ arbitraire. On voit comment elle est déformée par rapport à une sinusoïde classique figurée en pointillés;

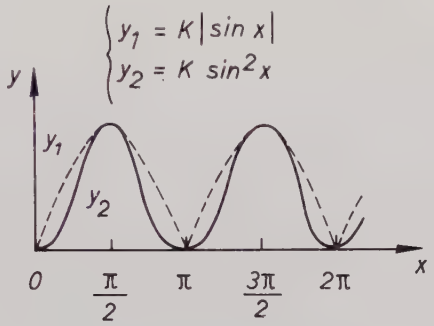


Fig. 32.

b) sur la *figure* 33, nous avons figuré les maximums observés lors de l'émission de Si 3 sur *E*, dans la gamme 10 000-50 000. S'ils décroissent rapidement, c'est que les absorptions intra-pharyngo-buccales exercent sur eux un effet d'atténuation *grosso modo* de la forme $e^{-b\lambda}$;

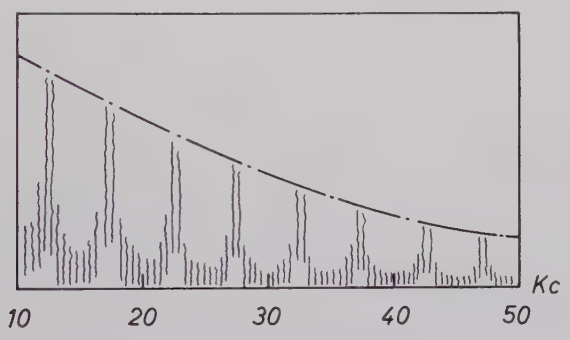


Fig. 33.

c) sur la *figure* 34, nous avons figuré le glottogramme de M. Guy Chauvet observé dans de telles conditions. On voit que la durée de la phase de rapprochement des cordes vocales est effectivement très petite, et que son ordre de grandeur est *grosso*

modo de l'ordre de 1/10 de la période, sans que les conditions expérimentales de l'enregistrement permettent une plus grande précision.

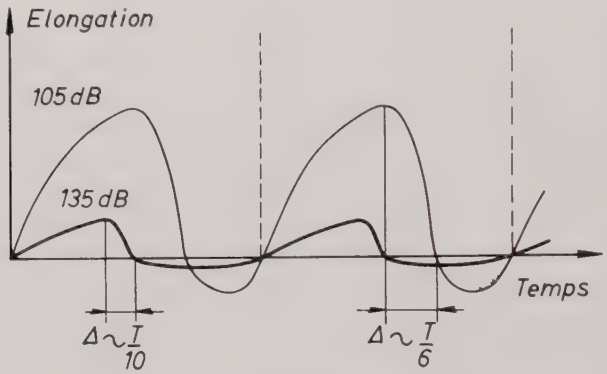


Fig. 34.

Dernière remarque : le spectrogramme de M. Chauvet montre que chaque maximum contient toujours, curieusement, *deux* harmoniques successifs. Cela provient simplement du fait que la courbe enveloppe du spectre, en $\sin^2 \frac{\Delta}{T}$, présente toujours une *largeur finie* ou voisinage de ses maximums, largeur suffisante pour contenir *deux* harmoniques consécutifs.

IV,4 REMARQUES DIVERSES

1° *Sur les caractères acoustiques des sons émis comparativement par l'homme et la chauve-souris.* — Chez l'homme, l'atténuation des harmoniques aigus est rapide (de la forme e^{-bn}) en raison de l'énormité des absorptions pharyngo-buccales de la glotte aux lèvres, soit sur une longueur moyenne de 20 cm environ. Dès lors les harmoniques au-dessus de 10 000 Hz ne sont plus que faiblement audibles.

Chez la chauve-souris, la distance larynx-lèvres n'est guère que de 2 cm, et les absorptions sur ce trajet sont quasi inexistantes. Dès lors la courbe-enveloppe de la décroissance des harmoniques aigus est très plate.

L'importance des harmoniques aigus dans les sons émis par la chauve-souris leur confère un caractère *rauque*. Ce caractère rauque réapparaît dans la voix humaine lorsque le son laryngien ne traverse plus la cavité pharyngo-buccale, comme cela est survenu chez certains blessés ou opérés présentant une pharyngotomie large (Brünings, 1938; Portmann et collab., 1955).

Par contre, si le passage de la fourniture laryngée à travers le pavillon pharyngo-buccal atténue fortement les harmoniques très aigus, il confère à cette fourniture une « vocalité » (qui manque bien entendu aux sons des chiroptères).

Enfin les sons émis par l'homme peuvent être longuement *tenus* (20 s et plus), car la réserve d'air pulmonaire atteint plusieurs litres. Les sons émis par la chauve-souris

ne durent que 1/20 ou 1/10 de seconde, et comprennent rarement plus d'une dizaine de périodes d'un son à peine modulé dont le fondamental reste voisin de 130 à 140 cycles. Cette fréquence moyenne, qui varie peu, correspond à des suites d'influx récurrentiels dont chacun tombe sur la période supernormale déclenchée par le précédent, et correspond ainsi à une dépense physiologique minimale (on retrouve cette fréquence chez l'homme dans la conversation habituelle). Comme la réserve d'air pulmonaire utilisable de la chauve-souris doit être de l'ordre de 2 ou 3 cm^3, le débit glottique par période doit être de l'ordre de 1/10 à un 1/4 de cm^3, qui est également l'ordre de grandeur trouvé chez l'homme dans la conversation habituelle.

2° *Sur les caractères anatomiques comparés du larynx de l'homme et du larynx de la chauve-souris.* — Chez l'homme, les phases d'ouverture de la glotte dans son comportement phonatoire sont provoquées par la contraction simultanée des fibres musculaires du thyro-aryténoïdien interne qui, *toutes* (Goerttler, 1950), viennent s'insérer sur le mur interne du canal glottique. Il en est exactement de même chez la chauve-souris (Fischer, 1961), avec cette différence que, chez cette dernière, la *structure rayonnée* des fibres de la musculature glottique, à partir de la fente glottique, est *extrêmement apparente* sur les coupes anatomo-histologiques et ne souffre aucune discussion (chez l'homme, elle est assez difficile à mettre en évidence).

Le *rappel* des cordes vocales à leur position d'occlusion, — rappel dont la brièveté provoque la formation des harmoniques aigus de la fourniture —, est le résultat du *tonus* de la musculature sphinctérienne du larynx. Chez l'homme, on trouve cette musculature particulièrement développée chez les chanteurs à voix puissante. De plus, ce tonus est partiellement sous la dépendance de la volonté du sujet. Il croît lorsque le chanteur « appuie sur le timbre », selon l'expression consacrée : en fait, il contracte son sphincter laryngien.

Chez la chauve-souris, ce *tonus constricteur* est normalement beaucoup plus élevé que chez l'homme, et il est assuré par un système à la fois *musculaire* et *ligamentaire* dont le volume (toutes proprotions gardées) est incroyablement développé. Chez certaines espèces de chauve-souris d'Amérique latine, dont la taille atteint celle d'un lapin, les cartillages, ligaments et muscles du larynx sont tellement développés que leur ensemble occupe *la moitié supérieure du médiastin*. Ces espèces ont donc un larynx qui, après chaque ouverture de la glotte, réalise des *fermetures ultra-rapides*, circonstance donnant naissance aux ultra-sons de leur fourniture glottique.

3° *Sur les sons émis pour la sirène de* Koenig. — Koenig avait observé autrefois, sur la *sirène à ondes* à l'aide de laquelle il étudiait les sons produits par des ouvertures de formes variées, que le son était d'autant plus *criard* (c'est-à-dire chargé d'harmoniques aigus) que l'ouverture *se fermait plus vite* lors du mouvement de rotation de la bande découpée qui défilait devant l'orifice de la soufflerie (rapporté par H. Bouasse, *Acoustique générale et ondes aériennes*, p. 127, lignes 7 et 8 en remontant). La rapidité de l'ouverture ne produisait pas un effet aussi marqué.

L'analyse que nous avons développée en donne l'explication. La brusquerie de la fermeture constitue une sorte de *quasi-percussion* de l'air qui fuit, laquelle élève la vitesse de fuite (ainsi que la densité et la température) et accroît l'énergie cinétique du jet, créant ainsi des harmoniques plus intenses et plus aigus.

IV,5 CONCLUSIONS RELATIVES A LA PREMIÈRE PARTIE

Au cours des quatre chapitres qui précèdent, nous avons abouti aux résultats suivants :

1° nous avons esquissé une *théorie de la sirène* par la mise en équation d'un écoulement en régime variable à travers une tuyère courte dont la section varie rapidement avec le temps (et faiblement avec l'abscisse). Le débit massique et l'énergie cinétique expulsés à chaque période constituent l'aliment de l'onde progressive qui en résulte;

2° utilisant un algorithme analytique dû à Darboux (1883), nous avons formé la *solution voisine* d'un écoulement de régime permanent, et montré que la fermeture rapide de la glotte, à chaque période, constituait une sorte de *quasi-percussion* qui élevait la vitesse de fuite, donnant ainsi naissance à des harmoniques aigus plus nombreux et plus intenses;

3° ce dernier résultat explique la structure particulière des fournitures émises par certains chiroptères, et notamment le fait qu'elles débordent largement sur la gamme *ultra-sonore*;

4° en raison de similitudes morphologiques existant entre le larynx de ces animaux et le larynx humain, des fournitures vocaliques humaines de grande intensité ont été analysées, et des *harmoniques ultra-sonores* y ont été découverts immédiatement. La glottographie électrique de Ph. Fabre permet de relier la structure de ces fournitures ultrasonores aux décours glottiques en fonction du temps qu'elle révèle, le lien étant offert par la théorie de la sirène esquissée plus haut.

DEUXIÈME PARTIE

CONTRIBUTIONS DIVERSES A LA THÉORIE DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE AU SEIN DES PAVILLONS

Chapitre V

PAVILLONS A PROFIL INDÉPENDANT DU TEMPS. ONDES PROPAGÉES ET FRÉQUENCE DE COUPURE GÉNÉRALISÉES

V,1 CAS DES AMPLITUDES INFINIMENT PETITES. FORMATION DE L'ÉQUATION DE WEBSTER (1919). RAPPEL

Soit $S(x)$ la section du pavillon, fonction de son abscisse x mesurée le long de son axe, et plaçons-nous dans le cas d'amplitudes infiniment petites. Les équations de conservation de la masse et d'impulsion se réduisent à :

$$\begin{cases} S\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + Su\dfrac{\partial \rho}{\partial x} + \rho\, u\dfrac{\partial S}{\partial x} + S\rho\dfrac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \rho_0\dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Comme u et $\dfrac{\partial \rho}{\partial x}$ sont du premier ordre infinitésimal, la première équation se simplifie et le système devient :

[V,1-1]
$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x} & [1], \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial \rho}{\partial t} - u\cdot\dfrac{1}{S}\dfrac{dS}{dx} & [1]'. \end{cases}$$

En posant :

[V,1-2]
$$\frac{1}{S}\cdot\frac{dS}{dx} = \frac{d\,LS}{dx} = \sigma_x,$$

et en observant que : $dp = c^2\, d\rho$, le système devient :

[V,1-3]
$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho_0}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{1}{c^2\,\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t} - \sigma_x u. \end{cases}$$

L'élimination de u donne :

[V,1-4]
$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \sigma_x\frac{\partial p}{\partial x},$$

équation du type classique de Webster.

L'élimination de p donne l'équation :

[V,1-5] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} u$$

qui n'est plus du type de WEBSTER sauf si :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial \mathrm{LS}}{\partial x}\right] = 0,$$

soit encore en intégrant :

$$\mathrm{S}(x) = \mathrm{S}_0 \, e^{mx} \qquad (m = \mathrm{C^{te}})$$

qui représente un pavillon dit *exponentiel.*

L'équation en u peut se ramener à une équation de WEBSTER en remontant au déplacement y $\left(u = \dfrac{\partial y}{\partial t}\right)$, puis en passant à un *potentiel de déplacement* φ

$$\left(y = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right),$$

ce qui donne (en remarquant que σ_x ne dépend pas de t) :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^3 \, \partial x} - \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^3 \, \partial t} = \sigma_x \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \, \partial t} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \, \partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x \, \partial t}\left[\sigma_x \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right],$$

et, enfin, en intégrant par rapport à x et à t :

[V,1-6] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

V,2 SÉPARATION DES VARIABLES. SOLUTIONS PÉRIODIQUES EN t

A. — Reprenons l'équation de WEBSTER sous la forme :

[V,2-1] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathrm{Z}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \mathrm{Z}}{\partial x^2} = \frac{1}{\mathrm{S}}\frac{d\mathrm{S}}{dx}\cdot\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial x},$$

et cherchons des solutions à variables séparées en utilisant l'artifice de BERNOULLI, c'est-à-dire en posant :

[V,2-2] $$\mathrm{Z}(x, t) = f(x) \, . \, g(t).$$

L'équation s'écrit $\left(\text{en posant : } \dfrac{1}{\mathrm{S}}\dfrac{d\mathrm{S}}{dx} = \sigma_x\right)$:

$$\frac{1}{c^2} fg'' - f''g - \sigma_x f'g = 0$$

équivalente au système :

[V,2-3] $$\frac{1}{c^2}\frac{g''}{g} = \frac{f''}{f} + \sigma_x \frac{f'}{f} = \mathrm{C^{te}} = \mu.$$

B. — Pour avoir des solutions périodiques en t, μ doit être < 0. Nous poserons $\mu = -\frac{\omega^2}{c^2}$, et le système [3] devient :

[V,2-4]
$$\begin{cases} g'' + \omega^2 g = 0 & [4]', \\ f'' + \sigma_x f' + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0 & [4]''. \end{cases}$$

La fonction $g(t)$ est ainsi de la forme :

[V,2-5]
$$g(t) = A \sin(\omega t + \Phi),$$

où A et Φ sont deux constantes arbitraires, et où ω est une pulsation de vibration sinusoïdale.

La forme des solutions $Z(x, t)$ dépend donc de la nature des solutions de la seconde équation [4]″, sur laquelle nous allons maintenant porter notre attention.

V,3 CAS DU PAVILLON EXPONENTIEL. CIRCONSTANCES ANALYTIQUES CRÉANT L'APPARITION D'UNE SOLUTION SINUSOÏDALE PROPAGÉE ET D'UNE FRÉQUENCE DE COUPURE

A. — Considérons donc l'équation [V, 2-4″] :

[V,3-1]
$$\frac{d^2 f}{dx^2} + \sigma_x \frac{df}{dx} + \frac{\omega^2}{C^2} f = 0$$

et étudions-la d'abord dans le cas où : $\sigma_x = C^{te}$, c'est-à-dire dans le cas d'une section :

[V,3-2]
$$S(x) = S_0 e^{mx},$$

définissant le *pavillon exponentiel.*

L'équation [1] devient :

[V,3-3]
$$\frac{d^2 f}{dx^2} + m \frac{df}{dx} + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0,$$

dont l'équation caractéristique est :

[V,3-4]
$$r^2 + mr + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0,$$

avec les racines :

[V,3-5]
$$\begin{cases} r_1 \\ r_2 \end{cases} = -\frac{m}{2} \pm \sqrt{\Delta} \qquad \left(\Delta = \frac{m^2}{4} - \frac{\omega^2}{c^2}\right).$$

L'intégrale générale de [1] s'écrit ainsi :

[V,3-6]
$$f(x) = C e^{-\frac{m}{2}x} \sin\left[\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{4}} \cdot x + x_0\right]$$

et, par conséquent, l'intégrale de l'équation de Webster correspondante :

[V,3-7] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = m\frac{\partial Z}{\partial t}$$

s'écrit :

[V,3-8] $$Z(x, t) = C\, e^{-\frac{m}{2}x} \sin\left[\sqrt{\frac{\omega^2}{C^2} - \frac{m^2}{4}}\, x \pm \omega t + \Phi\right],$$

où C et Φ sont des constantes arbitraires.

B. — L'équation [8] met en évidence deux circonstances très remarquables.

1° En premier lieu le coefficient de x, dans l'argument du sinus, est une constante (réelle ou imaginaire). Si on la suppose réelle (cas de $\Delta < 0$), la solution définit alors une *solution propagée sinusoïdale* (avec un amortissement un peu particulier, fonction du chemin parcouru), que l'on peut écrire :

[V,3-9] $$Z(x, t) = C\, e^{-\frac{m}{2}x} \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} + \Psi\right),$$

forme qui met en évidence la *période spatiale* λ (ou longueur d'onde) et la *période temporelle* T de la propagation, avec les relations connues :

$$\begin{cases} T = \dfrac{2\pi}{\omega}, \\ \lambda = VT = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{m^2}{4}}}. \end{cases}$$

Elle met également en évidence la *vitesse de propagation de phase* V, qui est :

[V,3-10] $$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{m^2}{4}}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{mc}{2\omega}\right)^2}}.$$

Il y a *dispersion*, et la vitesse est accrue.

2° En second lieu le coefficient de x, dans l'argument du sinus, contient un *paramètre*, qui peut être vu à volonté, soit dans la pulsation ω, soit dans le coefficient de configuration m du pavillon. Et il apparaît que si : $\frac{|m|}{2} > \frac{\omega}{c}$, l'intégrale générale [6] *change de nature analytique* en devenant une somme d'exponentielles réelles. Ainsi donc, si $|m|$ et ω sont tels que : $\frac{|m|}{2} = \frac{\omega}{c}$, la *propagation cesse*, définissant ainsi une *fréquence de coupure :*

[V,3-11] $$N_c = \frac{|m|.c}{4\pi},$$

au-dessous de laquelle l'équation de Webster [7] n'a plus de *solution propagée.*

Ce rappel de notions classiques va nous servir dans un instant.

V,4

CAS GÉNÉRAL.
FORME DONNÉE PAR J. FAVARD A L'INTÉGRALE GÉNÉRALE DE L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DU SECOND ORDRE TIRÉE DE L'ÉQUATION DE WEBSTER PAR LA SÉPARATION DES VARIABLES

A. — Reportons-nous à l'équation générale tirée de la séparation des variables :

[V,4-1] $$\frac{d^2f}{dx^2} + \sigma_x \frac{df}{dx} + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0$$

qui est de la forme :

[V,4-2] $$y'' + a_1(x).y' + a_2(x)y = 0,$$

où $a_1(x)$ et $a_2(x)$ sont deux fonctions réelles, continues, et que nous supposerons définies sur l'intervalle (α, β) ou $(0, l)$, l étant la longueur du pavillon.

Dans son *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique* (t. III, fasc. 1, p. 127), J. Favard donne la forme de l'intégrale générale de [2] comme suit. Si $y_1(x)$ et $y_2(x)$ sont deux solutions linéairement indépendantes de [2], il pose :

[V,4-3] $$y_1(x) + iy_2(x) = e^{\eta(x)+i\xi(x)}$$

avec :

[V,4-4] $$\begin{cases} \eta(x) = \dfrac{1}{2} \operatorname{Log} [y_1^2 + y_2^2], \\ \xi(x) = \operatorname{arc\,tg} \dfrac{y_2}{y_1}. \end{cases}$$

La fonction $\eta(x)$ est définie et continue dans tout l'intervalle (α, β), et $\xi(x)$ est une fonction continue de x dans tout l'intervalle (α, β) à partir de la valeur $\xi_0 = \xi(x_0)$ choisie en un point x_0.

Remarquant que toute solution de [2] est une combinaison linéaire de $y_1 = e^{\eta} \cos \xi$ et de $y_2 = e^{\eta} \sin \xi$, J. Favard écrit l'intégrale générale de [2] sous la forme :

[V,4-5] $$y(x) = C\, e^{\eta(x)} \sin [\xi(x) - \xi_0],$$

où C et ξ_0 sont des constantes arbitraires.

Il montre ensuite que $\xi(x)$ est *toujours croissante.*

Ainsi donc, l'intégrale générale de notre équation [1] peut toujours prendre la forme [5], où $\eta(x)$ et $\xi(x)$ sont définies et continues dans tout l'intervalle de définition de la fonction :

$$\sigma_x = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx},$$

soit par exemple de 0 à $+\infty$, et où $\xi(x)$ est une fonction de x *toujours croissante.*

Si l'on remonte à l'équation de Webster initiale [V,2-1] :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = \left(\frac{1}{S} \cdot \frac{dS}{dx} \right) \frac{\partial Z}{\partial x},$$

il s'ensuit que la séparation des variables conduit à lui accorder des solutions ayant la forme générale :

$$[V,4\text{-}6] \qquad Z(x,t) = C\, e^{\eta(x)} . \sin [\xi(x) \pm \omega t - \xi_0],$$

où C et ξ_0 sont des constantes arbitraires.

B. — Si nous revenons un instant au pavillon exponentiel, et si r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique [V,3-4], nous voyons que l'on a :

$$[V,4\text{-}7] \qquad \begin{cases} f_1(x) = e^{\left[-\frac{m}{2}+\sqrt{\Delta}\right]x}, \\ f_2(x) = e^{\left[-\frac{m}{2}+\sqrt{\Delta}\right]x} \qquad (r_1 > r_2), \\ \eta(x) = \frac{1}{2} \operatorname{Log} [f_1^2 + f_2^2] = -\frac{m}{2} x, \\ \xi(x) = \operatorname{Arc\,tg}\, e^{2x\sqrt{\Delta}} \qquad \left[\xi(0) = \frac{\pi}{4}\right], \end{cases}$$

et que la solution générale de [V,3-7] s'écrit :

$$[V,4\text{-}8] \qquad Z(x,t) = C\, e^{-\frac{m}{2}x} \sin \left[\xi(x) \pm \omega t + \frac{\pi}{4}\right].$$

Si les racines r_1 et r_2 sont réelles, $\xi(x)$ ne varie que de 0 à $\frac{\pi}{2}$, et, de ce fait, la solution ne saurait être dite *propagée* lorsque t varie de 0 à $+\infty$.

Si les racines r_1 et r_2 sont imaginaires conjuguées, on a :

$$[V,4\text{-}9] \qquad \xi(x) + \frac{\pi}{4} = \operatorname{Arc\,tg}\, e^{i2x\sqrt{\Delta}},$$

d'où l'on tire successivement :

$$\operatorname{tg}\left[\xi(x) + \frac{\pi}{4}\right] = e^{i2x\sqrt{\Delta}},$$

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \xi(x)}{1 - \operatorname{tg} \xi(x)} = \frac{1 + i \operatorname{tg} \sqrt{\Delta}\, x}{1 - i \operatorname{tg} \sqrt{\Delta}\, x} = \frac{1 + \operatorname{th} i\sqrt{\Delta}.x}{1 - \operatorname{th} i\sqrt{\Delta}.x},$$

et finalement :

$$[V,4\text{-}10] \qquad \xi(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{4}} \cdot x,$$

relation montrant que $\xi(x)$ varie alors de $-\infty$ à $+\infty$ lorsque t varie de 0 à $+\infty$.

Ainsi donc, suivant que le discriminant Δ est positif ou négatif, la fonction $\xi(x)$ de la solution générale [8] change de nature, et alors :

a) si $\xi(x)$ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, il n'y a pas de propagation;

b) si $\xi(x)$ varie de $-\infty$ à $+\infty$, la solution $Z(x, t)$ est *propagée* au titre d'une onde sinusoïdale (amortie).

C'est donc l'intervalle de variation de la fonction $\xi(x)$ qui décide du caractère *propagé ou non propagé* de la solution.

Ceci observé, nous allons passer à l'examen, du point de vue physique, de la solution générale [6] résultant de la forme de Favard des solutions à variables séparées de l'équation de Webster.

V,5

CAS GÉNÉRAL. DÉFINITION D'UNE ONDE PROPAGÉE OSCILLATOIRE, OU PROPAGÉE AU SENS LARGE. CONDITIONS NÉCESSAIRES ET SUFFISANTES D'EXISTENCE D'UNE FRÉQUENCE DE COUPURE

A. — Nous venons de voir que l'équation de Webster avait pour solution générale *à variables séparées* l'expression :

[V,5-1] $$Z(x, t) = C\, e^{\eta(x)} . \sin [\xi(x) \pm \omega t - \Psi],$$

directement déduite de la forme donnée par J. Favard à l'intégrale générale de l'équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients variables, où $\eta(x)$ et $\xi(x)$ sont définies et continues dans l'intervalle de variation de x (soit ici de 0 à $+\infty$), et où, au surplus, $\xi(x)$ est une fonction *constamment croissante.*

Remarquons au surplus que l'équation en x tirée de la séparation des variables, soit [V, 4-1], peut encore s'écrire :

[V-5,2] $$\frac{d}{dx}\left[S\frac{df}{dx}\right] + \frac{\omega^2}{c^2} Sf = 0$$

qui est de la forme classique :

[V,5-3] $$\frac{d}{dx}\left[P(x)\frac{df}{dx}\right] + Q(x).f = 0,$$

dite de Sturm-Liouville, en laquelle l'équation du second ordre linéaire [V,4-2] se transforme en posant :

[V,5-4] $$\begin{cases} P(x) = e^{\int_a^x a_1(x)\,dx}, \\ Q(x) = a_2(x)\, P(x). \end{cases}$$

Et remarquons enfin que l'équation [2] peut elle-même s'écrire :

[V,5-5] $$Z'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{\sqrt{S}} \cdot \frac{d^2\sqrt{S}}{dx^2}\right] Z = 0,$$

où la nouvelle fonction $Z(x)$ est liée à l'ancienne par la relation :

[V,5-6] $$Z(x) = f(x).\sqrt{S(x)}.$$

Si l'on suppose le pavillon *redressé* et rapporté à des axes rectangulaires, et de plus *de révolution*, on a : $S(x) = \pi y^2$, de sorte que :

$$Z(x) = f(x).y\sqrt{\pi},$$

et dès lors on voit que la section $S(x)$ du pavillon a été remplacée par l'ordonnée du profil du pavillon rapporté à ses axes (l'axe OX étant l'axe du pavillon). En fonction du profil : $y = y(x)$ du pavillon, l'équation en Z [5] s'écrit :

[V,5-7] $$Z'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{y}\frac{d^2y}{dx^2}\right] Z = 0.$$

B. — Les formes [2], [5] et [7] ont spécialement été étudiées par Sturm, qui a montré a leur sujet que :

a) si une solution s'annule aux points x_1 et x_2, toute solution linéairement indépendante de la même équation s'annule une fois et une seule entre x_1 et x_2. De telles solutions sont dites *oscillatoires* (Valiron, II, 362);

b) si deux équations du type [3] ne diffèrent que par Q_1 et Q_2, et si Q_2 majore Q_1 ($P(x)$ étant > 0), et si une solution de la première équation (en Q_1) s'annule en x_1 et x_2, toute solution de la seconde équation (en Q_2) s'annule au *moins une fois* entre x_1 et x_2. Même conclusion si, les deux équations différant par P et Q, on a $P_1 \geqslant P_2$ et $Q_1 \leqslant Q_2$ (Favard, *loc. cit.*, p. 126).

Cette dernière propriété montre que, si $P(x)$ est > 0, le remplacement de Q_1 par $Q_2 > Q_1$ ne peut faire que diminuer la pseudo-périodicité spatiale des solutions, c'est-à-dire accroître le caractère oscillatoire des solutions.

Si l'on compare par exemple les solutions des équations :

$$\text{[V,5-8]} \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2y}{dx^2} + Q(x)y = 0, \\ \dfrac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 y = 0, \\ \dfrac{d^2y}{dx^2} + \Omega^2 y = 0, \end{cases}$$

avec la condition :

$$\text{[V,5-9]} \qquad \omega^2 < Q(x) < \Omega^2,$$

on voit que les zéros de la seconde équation sont distants de $\dfrac{\pi}{\omega}$, ceux de la troisième équation distants de $\dfrac{\pi}{\Omega}$ (donc plus resserrés), et ceux de la première équation distants d'une quantité δ (variable) comprise entre $\dfrac{\pi}{\Omega}$ et $\dfrac{\pi}{\omega}$.

Nous retiendrons de cette discussion que l'équation [2] est susceptible de présenter des solutions *oscillantes en x*, présentant de $-\infty$ à $+\infty$ une *infinité de zéros* (simples), chacun étant séparé du suivant par une distance jamais nulle et bornée supérieurement.

C. — Cela rappelé, nous dirons, *par définition*, que la solution :

$$Z(x, t) = C\, e^{\eta(x)} . \sin [\xi(x) \pm \omega t - \Psi]$$

représente une solution *propagée au sens large* chaque fois que $\xi(x)$, défini par la relation [V,4-4], varie de $-\infty$ à $+\infty$ lorsque x varie lui-même de $-\infty$ à $+\infty$ (ou de 0 à $+\infty$).

Cette solution est en effet *sinusoïdale en t* et *oscillatoire en x*.

Elle représente un mouvement oscillant en x qui se propage avec le temps.

Sa période temporelle est toujours $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, mais sa période spatiale (ou longueur d'onde) varie à chaque période temporelle, puisqu'elle est définie par les zéros consécutifs de la fonction : $\sin [\xi(x) - \xi_0]$.

Dans le cas où $\xi(x)$ est du premier degré en x, la solution oscillatoire en x devient sinusoïdale en x, et on obtient une onde sinusoïdale propagée.

Il revient au même, dans le cas général, de dire que la vitesse de propagation V varie à chaque période temporelle.

D. — Proposons-nous maintenant de définir des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un pavillon de section $S(x)$ présente une *fréquence de coupure.*

Remarquons tout d'abord que la fonction :

$$\xi(x) = \text{Arc tg } \frac{y_2}{y_1}$$

contiendra en général divers *paramètres* qui seront :

a) d'abord $\frac{\omega}{c}$, c'est-à-dire ω;

b) puis des paramètres attachés à la configuration du pavillon [coefficients et exposants entrant dans l'expression analytique de $S(x)$].

Cela dit, une première *condition nécessaire* sera que l'équation [V,2-1] admette des solutions oscillatoires propagées, c'est-à-dire que $\xi(x)$ soit susceptible de varier de $-\infty$ à $+\infty$, x variant de $-\infty$ à $+\infty$, au moins pour certains intervalles de grandeur des paramètres figurant dans $\xi(x)$.

Une seconde *condition nécessaire* sera que $\xi(x)$ cesse de varier de $-\infty$ à $+\infty$, x variant de $-\infty$ à $+\infty$, lorsque les paramètres figurant dans $\xi(x)$ recevront certaines valeurs limites (bornant en général inférieurement ou supérieurement les intervalles de grandeur de ces paramètres pour lesquels une solution oscillatoire propagée existe).

L'ensemble de ces deux conditions est évidemment *suffisante.*

Chaque valeur limite ainsi définie peut en principe donner naissance à une fréquence de coupure.

Nous allons maintenant en donner quelques exemples.

V,6 EXEMPLES DE CLASSES DE PAVILLONS PRÉSENTANT UNE FRÉQUENCE DE COUPURE

Premier exemple. — Favard compare le pavillon de section $S(x)$ aux deux pavillons exponentiels qui sont supposés le borner inférieurement et supérieurement, et ayant le même exposant :

[V,6-1] $$S_0\, e^{mx} \leqslant S(x) \leqslant S_1\, e^{mx},$$

et pour cela il compare les trois équations de Sturm-Liouville :

[V,6-2] $$\begin{cases} \dfrac{d}{dx}\left[S_0\, e^{mx}\dfrac{df}{dx}\right] + \left(\dfrac{\omega^2}{c^2}\cdot\dfrac{S_1}{S_0}\right).S_0\, e^{mx}.f = 0, \\ \dfrac{d}{dx}\cdot\left[S(x)\dfrac{df}{dx}\right] + \dfrac{\omega^2}{c^2}S(x).f = 0, \\ \dfrac{d}{dx}\left[S_1\, e^{mx}\dfrac{df}{dx}\right] + \left(\dfrac{\omega^2}{c^2}\cdot\dfrac{S_0}{S_1}\right).S_1\, e^{mx} f = 0. \end{cases}$$

Il résulte des théorèmes rappelés plus haut que :

a) si $\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{S_1}{S_0}} < \frac{|m|}{2}$, la solution n'est certainement pas propagée.

b) si $\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{S_0}{S_1}} > \frac{|m|}{2}$, la solution est certainement propagée.

Il y a donc nécessairement une fréquence de coupure : $N = \frac{2\pi}{\Omega}$ dont la pulsation Ω est comprise entre : $\frac{c|m|}{2}\sqrt{\frac{S_0}{S_1}}$ et $\frac{c|m|}{2}\sqrt{\frac{S_1}{S_0}}$.

Deuxième exemple. — Partant de l'équation webstérienne en x écrite sous la forme :

[V,6-3] $$Z'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{\sqrt{S}}\frac{d^2\sqrt{S}}{dx^2}\right] Z = 0,$$

Favard remarque encore que si on a :

[V,6-4] $$\frac{1}{\sqrt{S(x)}} \cdot \frac{d^2\sqrt{S(x)}}{dx^2} \geqslant k^2 > 0,$$

il existe certainement une pulsation de coupure inférieure à ck.

Troisième exemple. — Considérons la section :

$$S(x) = (a - b \sin x)^2 \qquad (\text{avec : } a > b > 0)$$

que nous limiterons à une fraction quelconque d'arche de sinusoïde. L'équation en Z est :

[V,6-5] $$Z'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{b \sin x}{a - b \sin x}\right] Z = 0.$$

La fonction de x qui est dans le crochet reste comprise entre $-\frac{b}{a+b}$ et $\frac{b}{a-b}$. Le crochet est donc > 0 si : $\omega^2 > \frac{bc^2}{a-b}$, et, si $\omega^2 < \frac{bc^2}{a-b}$, le crochet cesse d'être > 0 pour toute valeur de x. Il y a donc fréquence de coupure pour : $\omega = \frac{c\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$, la propagation cessant pour les fréquences inférieures.

Quatrième exemple. — Si nous reprenons l'équation en Z :

[V,6-6] $$Z'' + \left[\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{\sqrt{S(x)}} \cdot \frac{d^2\sqrt{S(x)}}{dt^2}\right] Z = 0,$$

nous voyons que le signe de la *dérivée seconde du profil du pavillon* (supposé rendu circulaire et redressé, avec son axe pour axe OX) est déterminant pour l'existence d'une solution propagée et d'une fréquence de coupure.

Si la dérivée seconde est *toujours* $\leqslant 0$, il a *toujours propagation sans fréquence de coupure*. Le pavillon peut être : divergent, convergent, ou divergent-convergent à une seule bosse, mais avec concavité toujours dirigée vers l'intérieur (ou nulle). Le tuyau et le pavillon conique rentrent dans ce cas.

Si la dérivée seconde est toujours > 0, le crochet peut s'annuler (cas du deuxième exemple). La fréquence de coupure sera donnée par la valeur de ω qui annulera le crochet, et la propagation cessera pour les fréquences inférieures. Le pavillon peut être : convergent, divergent, ou convergent-divergent à un seul col, mais avec concavité dirigée vers l'extérieur. Le pavillon exponentiel rentre dans ce cas (avec un crochet égal à : $\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{4}\right)$ [1].

V,7 REMARQUE SUR L'ÉTUDE DE L'ÉQUATION DE WEBSTER PAR LA TRANSFORMATION DE LAPLACE

La transformation de Laplace peut être facilement utilisée comme suit à l'étude de l'équation de Webster, que nous écrirons :

[V,7-1] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

où σ_x est défini de 0 à l (longueur du pavillon). Nous prendrons les conditions initiales : $u(x, 0) \equiv \frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} \equiv 0$ pour : $0 \leqslant x \leqslant l$, qui sont celles du repos. La condition à l'embouchure sera :

[V,7-2] $$u(0, t) = f(t)$$

où $f(t)$ est l'*attaque du pavillon*. Quant à la condition de sortie, où il y aura en général *réflexion* et *rayonnement vers l'extérieur*, nous la prendrons sous la forme (α, β et γ étant des constantes) :

$$\alpha \frac{\partial u(l, t)}{\partial x} + \beta \frac{\partial u(l, t)}{\partial t} + \gamma\, u(l, t) = 0 \qquad (t \geqslant 0)$$

que d'ailleurs nous n'utiliserons pas dans ce qui suit.

Moyennant certaines conditions que nous supposerons remplies, $u(x, t)$ admet la transformée (unilatérale) de Laplace : $v(x, p)$, définie par :

$$\frac{v(x, p)}{p} = \int_0^{+\infty} u(x, t)\, e^{-pt}\, dt = \mathfrak{L}(u) \qquad (p = \sigma - i),$$

d'où :

$$v(x, p) = \int_0^{+\infty} \frac{\partial u}{\partial t} e^{-pt}\, dt = \mathfrak{L}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right),$$

d'où l'équation transformée :

[V,7-3] $$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \sigma_x \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{p^2}{c^2} v = 0$$

avec la condition à l'embouchure devenue :

[V,7-4] $$v(0, p) = p \int_0^{+\infty} f(t)\, e^{-pt}\, dt$$

---

[1] Les paragraphes V,4, 5 et 6 n'ont pu être conçus et rédigés que grâce aux suggestions et aux travaux de M. Jean Favard, auquel nous renouvelons ici l'expression de remerciements n'ayant reçu qu'une trop faible place dans l'Introduction de ce travail.

et la condition de sortie est devenue :

$$\alpha \frac{\partial v(l, t)}{\partial x} + \beta\, pv(l, t) + \gamma\, v(l, t) = 0.$$

Or l'équation [3] est une équation différentielle ordinaire en x où p joue le rôle d'un *paramètre* (sorte de pulsation). Si elle admet une solution $V(x, p)$ satisfaisant à ces deux conditions, on la considèrera comme un *opérateur de* Heaviside *dépendant du paramètre* x, et la solution correspondante de l'équation de Webster sera :

[V,7-5] $$u(x, t) = V(x, p).f(t),$$

où les variables se trouvent *séparées*.

L'intégration de l'équation aux dérivées partielles de Webster est ainsi ramenée à celle de l'équation différentielle ordinaire [3], laquelle n'est pas différente de celle donnée par la séparation des variables du paragraphe V,2 selon la méthode de Bernoulli. Le problème de l'intégration formelle n'est donc pas avancé.

Chapitre VI

PAVILLONS A PROFIL VARIABLE AVEC LE TEMPS

VI,1 Pendant la phonation, les mouvements articulatoires déforment rapidement le pavillon pharyngo-buccal, qui offre de ce fait un exemple de pavillon à profil variable avec le temps. L'ordre de grandeur de la vitesse de déformation du pavillon se fixe aisément : au cours d'élocutions de rapidité moyenne, le sujet prononce, par seconde, une dizaine de syllables, chacune contenant une voyelle représentée par de deux à cinq périodes. Chaque période est morphologiquement dissemblable de la précédente et de la suivante en raison de la modification rapide du pavillon qui, en principe, durant chaque voyelle émise entre deux consonnes, *se dilate et se contracte*. La variation du profil du pavillon est donc assez rapide puisqu'un rythme complet peut ne porter que sur deux ou trois périodes vocaliques.

Il est donc nécessaire, de ce fait, de voir comment se trouve modifiée l'équation de la propagation acoustique au sein des pavillons lorsque le profil de ce dernier varie rapidement avec le temps.

VI,2 TUYAU A SECTION VARIABLE AVEC LE TEMPS, OU TUYAU « CONTRACTILE ». ÉQUATIONS DE PROPAGATION

A. — L'équation générale de conservation de la masse (III,4-2), développée, s'écrit :

[VI,2-1] $$\frac{\partial \rho}{\partial x} S u + \frac{\partial S}{\partial x} \rho u + \frac{\partial u}{\partial x} \rho S = - \rho \frac{\partial S}{\partial t} - S \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

où nous négligerons comme d'ordinaire le terme en $u \frac{\partial \rho}{\partial x}$, et où $\frac{\partial S}{\partial x} = 0$. Elle se réduit alors à :

[VI,2-2] $$\frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

L'équation générale d'impulsion en régime varié [III,5-9], aux faibles intensités, se réduit à :

[VI-2,3] $$\frac{1}{S} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} S u + \frac{\partial S}{\partial t} \rho u + \frac{\partial u}{\partial t} \rho S \right] = - \frac{\partial p}{\partial x},$$

où nous négligerons le terme en $u \frac{\partial \rho}{\partial t}$. Elle se réduit alors à :

[VI,2-4] $$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial t} u.$$

Les équations de propagation s'obtiendront en éliminant, soit p, soit u, du système :

$$[\text{VI,2-5}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{1}{c^2\,\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t} - \sigma_t, \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x} - \sigma_t\, u, \end{cases}$$

où l'on a posé :

$$\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial t} = \sigma_t.$$

B. — L'élimination de p donne l'équation en u :

$$[\text{VI,2-6}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial(\sigma_t u)}{\partial t} \qquad (\sigma_t \text{ indépendant de } x)$$

et l'élimination de u donne l'équation en p :

$$[\text{VI,2-7}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\,\sigma_t\frac{\partial p}{\partial t} - \rho_0\frac{1}{S}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}.$$

VI,3 PROPAGATION AU SEIN D'UN TUYAU « CONTRACTILE ». ONDES PROPAGÉES ET FRÉQUENCE DE COUPURE GÉNÉRALISÉES. PRESSION RÉSIDUELLE NON PROPAGÉE.

A. — Pour le tuyau contractile, l'équation en p est différente de l'équation en u, propriété qui rappelle celle du pavillon invariable. Mais ces deux équations deviennent quasi identiques si le tuyau se contracte (ou se dilate) exponentiellement, c'est-à-dire si :

$$S(t) = S_0\, e^{qt} \qquad (q = C^{te}),$$

auquel cas elles se réduisent respectivement à :

$$[\text{VI,3-1}] \qquad \begin{cases} \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\dfrac{1}{c^2}\,q\dfrac{\partial u}{\partial t}, \\ \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2} = -\dfrac{1}{c^2}\,q\dfrac{\partial p}{\partial t} - \rho_0\, q^2. \end{cases}$$

B. — Arrêtons-nous un instant au cas du tuyau contractile exponentiel et cherchons des solutions particulières de la forme :

$$[\text{VI,3-2}] \qquad u(x, t) = g(t).\sin\left(\frac{\omega}{c}x + \varphi\right),$$

ce qui conduit à prendre pour $g(t)$ une solution de l'équation :

$$[\text{VI,3-3}] \qquad g'' + qg' + \omega^2 g = 0,$$

dont l'équation caractéristique :

$$r^2 + qr + \omega = 0$$

a pour racines :

$$\left.\begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix}\right\} = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\Delta} \qquad \left(\Delta = \frac{q^2}{4} - \omega^2\right).$$

Si Δ est > 0, r_1 et r_2 sont réels, et la solution générale de [3] est :

[VI,3-4] $$g(t) = e^{-\frac{q}{2}t}\,[A\,e^{+\sqrt{\Delta}\cdot t} + B\,e^{-\sqrt{\Delta}\cdot t}],$$

et dans ces conditions la solution $u(x, t)$ n'est *pas propagée.*

Si $\Delta < 0$, r_1 et r_2 sont imaginaires conjugués, et la solution générale de [3] est :

[VI,3-5] $$g(t) = C\,e^{-\frac{q}{2}t}\sin\left[\sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}\,.t + \Psi\right],$$

où C et Ψ sont deux constantes arbitraires. Elle est *amortie* si le tuyau se *dilate* ($q > 0$), et présente des amplitudes indéfiniment croissantes si le tuyau se *contracte* ($q < 0$).

On voit de plus que la *pseudo-période temporelle* est toujours *accrue*, que le tuyau se dilate ou se contracte, puisque la nouvelle pulsation $\sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}$ est devenue plus petite que ω. Ce qui signifie que, dans les deux cas, le son de « plus forte résonance » du tuyau est aggravé par le mouvement de la paroi.

Ainsi donc, si $\omega > \frac{|q|}{2}$, on a une *solution propagée sinusoïdale* de la forme :

[VI,3-6] $$u(x, t) = C\,e^{-\frac{q}{2}t}\sin\left[\frac{\omega}{c}\,x \pm \sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}\,t + \theta\right],$$

ou encore :

[VI,3-7] $$u(x, t) = C\,e^{-\frac{q}{2}t}\sin 2\pi\left[\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{\left(\frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}}\right)} + \theta\right],$$

qui montre que :

1° il y a une *pulsation de coupure* pour $\omega = \frac{|q|}{2}$, la propagation disparaissant pour des sons *plus graves*;

2° lorsqu'il y a propagation, la longueur d'onde est toujours la même, mais la période temporelle est toujours accrue, passant de $\frac{2\pi}{\omega}$ à $\frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}}$;

3° les amplitudes s'accroissent exponentiellement si le tuyau se contracte et diminuent exponentiellement s'il se dilate;

4° la vitesse de phase est devenue : $c\sqrt{1 - \frac{q^2}{4\omega^2}}$. Il y a *dispersion*, et la vitesse est *diminuée.*

C. — Dans le cas général, reprenons l'équation en u [VI,2-6] :

[VI,3-8] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial(\sigma_l u)}{\partial t},$$

et remontons au déplacement y en posant : $u = \frac{\partial y}{\partial t}$, puis à un potentiel de déplacement φ en posant : $y = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$. Il vient :

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^3 \partial x} - \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^3 \partial t} = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\sigma_t \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t}\right]$$

$$= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t \partial x}\left[\sigma_t \frac{\partial \varphi}{\partial t}\right] \qquad (\sigma_t \text{ indépendant de } x),$$

d'où en intégrant par rapport à x et à t :

[VI,3-9] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\sigma_t \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

qui est une équation de Webster.

Cherchons des solutions à variables séparées en posant :

[VI,3-10] $$\varphi(x, t) = f(x) . g(t),$$

en opérant comme au paragraphe V,2.

La fonction $f(x)$ est solution de l'équation :

$$f'' + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0,$$

et la fonction $g(t)$ solution de l'équation :

[VI,3-11] $$g'' + \sigma_t g' + \omega^2 g = 0.$$

On a ainsi une solution sinusoïdale en fonction de l'abscisse, et, en fonction du temps, une solution dont la nature analytique va dépendre de σ_t [c'est-à-dire de $S(t)$] et de la pulsation spatiale $\frac{\omega}{c}$.

D. — L'intégrale générale de [11] (voir plus haut le § V,4) possède la forme donnée par J. Favard :

[VI,3-12] $$g(t) = C\, e^{\eta(t)} \sin [\xi(t) - \xi_0],$$

où $\eta(t)$ et $\xi(t)$ sont définies et continues dans tout l'intervalle de définition de σ_t, que nous pouvons prendre de 0 à $+\infty$, et où $\xi(t)$ est toujours croissante.

Dès lors le potentiel du déplacement $\varphi(x, t)$ peut s'écrire :

I,3-13] $$\varphi(x, t) = C\, e^{\eta(t)} \sin \left[\frac{\omega}{c} x + \xi(t) - \xi_0\right],$$

où C et ξ_0 sont deux constantes arbitraires.

Si nous nous reportons aux discussions développées au paragraphe V,4, nous pouvons dire que :

1° la solution n'est pas propagée si, lorsque t varie de 0 à $+\infty$, la fonction $\xi(t)$ ne varie que sur un segment limité ξ_1 à ξ_2;

2° la solution est *propagée* si, lorsque t varie de 0 à $+\infty$, la fonction $\xi(t)$ varie elle-même de $-\infty$ à $+\infty$ (ou de 0 à $+\infty$);

3° il y a une fréquence de coupure définie pour la valeur de ω qui modifie la nature analytique de $\xi(t)$ en faisant apparaître (ou disparaître) la variation de $\xi(t)$ de $-\infty$ à $+\infty$ (ou de 0 à $+\infty$);

4° lorsqu'il y a *propagation*, la longueur d'onde (spatiale) reste invariable, mais la période (temporelle) de la propagation varie à chaque longueur d'onde parcourue;

5° l'amplitude du mouvement propagé croît tant que $\eta(t) > 0$, et décroît tant que $\eta(t) < 0$;

6° dans le cas général, lorsqu'il y a propagation, on est en face d'ondes *propagées généralisées*, ou encore d'ondes *oscillatoires propagées*, d'un type différent de celui rencontré au paragraphe V,5, C. Ici le caractère oscillatoire porte sur la variable temps au lieu de porter sur la variable chemin parcouru.

C. — **Remarque sur l'intégrale de l'équation en p.**

L'équation en p [VI,3-1] a pour intégrale une solution de la forme [7] accrue d'une intégrale particulière *quelconque* de l'équation complète, c'est-à-dire pourvue de son terme constant $-\rho_0 q^2$. Cette intégrale particulière peut être cherchée sous la forme d'une fonction de t seulement, ce qui donne :

[VI,3-14] $$p_1(t) = -\frac{e^q}{q} \cdot e^{-qt} - c^2 \rho_0 qt,$$

et l'intégrale de l'équation complète en p devient :

[VI,4-15] $$p(x, t) = C\, e^{-\frac{q}{2}t} \cdot \sin 2\pi \left[\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{\left(\frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}}} \right)} + \theta \right] - \frac{e^q}{q} e^{-qt} - c^2 \rho_0 qt.$$

La solution particulière $p_1(t)$ *n'est pas propagée:* elle représente un *résidu de pression* qui subsiste dans le tuyau derrière l'onde progressive.

Si le tuyau se contracte, q est < 0, et le résidu de pression est > 0 et croissant.

Si le tuyau se dilate, q est > 0, et le premier terme de la solution particulière s'annule rapidement, tandis que le second terme, qui est négatif et égal à $-\gamma p_0 qt$, croît indéfiniment en valeur absolue avec le temps.

Dans le cas général, l'équation en p [VI,2-7] a pour solution :

$$p(x, t) = C\, e^{\eta(t)} \left[\frac{\omega}{c} x \pm \xi(t) - \xi_0 \right] + p_0 \int \frac{dt}{S(t)} - \gamma p_0 \operatorname{Log} S(t),$$

et l'onde propagée laisse également derrière elle un *résidu de pression non propagé*, lequel croît avec le temps si le tuyau se contracte, et qui finit au contraire par diminuer quand le temps croît si le tuyau se dilate.

VI,4 PAVILLON A SECTION VARIABLE AVEC LE TEMPS, OU PAVILLON « CONTRACTILE ». ÉQUATIONS DE PROPAGATION

A. — L'équation générale de conservation de la masse et l'équation d'impulsion se réduisent ici à :

$$[VI,4\text{-}1] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + \sigma_x\, u = -\dfrac{1}{c^2\,\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t} - \sigma_t, \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} + \sigma_t\, u = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x}, \end{cases}$$

d'où nous éliminerons, soit u, soit p. Il convient de se rappeler que, ici, $S(x, t)$ ainsi que σ_x et σ_t sont fonction à la fois de x et de t.

B. — L'élimination de p donne l'équation en u :

$$[VI,4\text{-}2] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial(\sigma_x u)}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial(\sigma_t u)}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_t}{\partial x}.$$

C. — L'élimination de u donne l'équation en p, différente de la précédente :

$$[VI,4\text{-}3] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\,\sigma_t \frac{\partial p}{\partial t} - \rho_0 \frac{1}{S}\frac{\partial^2 S}{\partial t^2}.$$

D. — Si le pavillon est doublement exponentiel, c'est-à-dire si l'on a :

$$[VI,4\text{-}4] \qquad S(x, t) = S_0\, e^{mx+qt},$$

on a : $\sigma_x = m$ et $\sigma_t = q$, et les deux équations ci-dessus deviennent identiques et s'écrivent :

$$[VI,4\text{-}5] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = m\frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\,q\frac{\partial Z}{\partial t} \qquad (Z = u, p).$$

VI,5 PROPAGATION AU SEIN D'UN PAVILLON « CONTRACTILE ». ONDES PROPAGÉES ET FRÉQUENCES DE COUPURE GÉNÉRALISÉES. PRESSION RÉSIDUELLE NON PROPAGÉE

A. — Étudions d'abord le cas du pavillon doublement exponentiel, dont nous écrirons l'équation en u sous la forme :

$$[VI,5\text{-}1] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = m\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\,q\frac{\partial u}{\partial t}.$$

Cherchons une solution à variables séparées en posant :

$$u(x, t) = f(x)\,.\,g(t).$$

On obtient pour définir $f(x)$ et $g(t)$ les équations :

$$[VI,5\text{-}2] \qquad \begin{cases} f'' + mf' - \dfrac{k}{c^2} f = 0, \\ g'' + qg' - kg = 0. \end{cases}$$

Les solutions ne sont périodiques, ni en x, ni en t, si k est > 0. Nous poserons donc : $k = -\omega^2$, et les équations deviennent :

$$[\text{VI,5-3}] \qquad \begin{cases} f'' + mf' + \dfrac{\omega^2}{c^2} f = 0, \\ g'' + qg' + \omega^2 g = 0, \end{cases}$$

dont les intégrales générales sont de la forme :

$$[\text{VI,5-4}] \qquad \begin{cases} f(x) = \mathrm{A}\, e^{-\frac{m}{2}x} \sin\left[\sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{m^2}{4}} \cdot x - \varphi\right], \\ g(t) = \mathrm{B}\, e^{-\frac{q}{2}t} \sin\left[\sqrt{\omega^2 - \dfrac{q^2}{4}} \cdot t - \Psi\right], \end{cases}$$

ce qui donne pour $u(x, t)$ la forme :

$$[\text{VI,5-5}] \qquad u(x, t) = \mathrm{C}\, e^{-\frac{m}{2}x - \frac{q}{2}t} \sin\left[\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2}{4}} \cdot x \pm \sqrt{\omega^2 - \frac{q^2}{4}} \cdot t - \theta\right],$$

où C et θ sont deux constantes arbitraires.

L'étude de toutes les circonstances de la propagation ne nous retiendra pas, et nous nous bornerons à formuler les remarques suivantes :

1° il apparaît *deux* fréquences de coupure, ayant pour pulsations :

$$\omega_x = \frac{c|m|}{2}, \qquad \omega_t = \frac{|q|}{2},$$

respectivement relatives à la variable x et à la variable t. Il n'y a *propagation* que si la pulsation ω est supérieure à la plus grande des deux. En dessous de la pulsation la plus faible, le mouvement de l'air ne présente plus aucune périodicité, ni en x, ni en t;

2° au cours de la propagation, la période spatiale (ou longueur d'onde) et la période temporelle sont respectivement :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{m^2}{4}}} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \dfrac{q^2}{4}}}$$

et la vitesse de propagation de phase est devenue :

$$\mathrm{V} = c\sqrt{\frac{4\omega^2 - q^2}{4\omega^2 - c^2 m^2}}.$$

Il y a donc *dispersion* dans le cas général, et la vitesse est accrue si $c|m| > |q|$ et diminuée si $c|m| < q$;

3° les deux fréquences de coupure se confondent si $|q| = c|m|$. Dans cette hypothèse, la vitesse de propagation est égale à c, et la dispersion cesse.

Si $q = -cm$, le pavillon se contracte en fonction du temps avec une vitesse telle qu'elle annule la variation de section en fonction de l'abscisse pour toute onde, qui se propage ainsi en demeurant dans une section de surface invariable (et avec la vitesse c).

B. — Abordons le cas général, mais en introduisant la restriction suivante touchant la fonction $S(x, t)$. Nous la supposerons de la forme :

[VI,5-6] $$S(x, t) = X(x).T(t),$$

ce qui signifie que, lorsque le temps t varie, chaque section demeure homothétique à elle-même avec le même rapport d'homothétie pour l'ensemble des sections. On a alors :

[VI,5-7] $$\sigma_x = \frac{1}{X}\frac{dX}{dx} \qquad \text{et} \qquad \sigma_t = \frac{1}{T}\frac{dT}{dt}.$$

En posant successivement : $u = \frac{\partial y}{\partial t}$ (y étant le déplacement), puis : $y = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ (φ étant un potentiel de déplacement), l'équation en u (VI,4-2) s'écrit :

[VI,5-8] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\sigma_t \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

où σ_x n'est fonction que de x et σ_t fonction que de t.

Avant d'aller plus loin, remarquons que l'équation en p est de forme identique (VI,4-3), mais avec au second membre un terme indépendant de p. Une solution quelconque d'une telle équation est formée d'une solution de l'équation rendue homogène à laquelle on ajoute une intégrale particulière *quelconque* de l'équation complète. On peut donc se borner à étudier l'équation rendue homogène et, à toute solution ainsi obtenue, il suffira d'ajouter une intégrale particulière quelconque de l'équation complète. Le problème essentiel consiste donc à étudier l'équation homogène du type [8] ci-dessus.

Si l'on cherche des solutions de la forme :

[VI,5-9] $$\varphi(x, t) = f(x).g(t),$$

les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont solutions respectives des deux équations :

[VI,5-10] $$\begin{cases} f'' + \sigma_x f' + \dfrac{k}{c^2} f = 0, \\ g'' + \sigma\, g' + kg = 0, \end{cases}$$

où la constante k est ici > 0 ou < 0. (Il est à remarquer qu'elle doit être > 0 pour avoir des solutions sinusoïdales dans le cas où σ_x et σ_t sont des constantes, et elle est alors égale au carré de la pulsation ω).

Chacune de ces deux équations admet une intégrale générale ayant la forme donnée par J. Favard (§ V, 4, A) :

[VI,5-11] $$\begin{cases} f(x) = C\, e^{\eta(x)} \sin [\xi(x) - \xi_0], \\ g(t) = D\, e^{\mu(t)} \sin [\zeta(t) - \xi_0], \end{cases}$$

où C, D, ξ_0 et ζ_0 sont des constantes arbitraires; où $\eta(x)$, $\xi(x)$, $\mu(t)$ et $\zeta(t)$ sont des fonctions définies et continues par exemple de 0 à ∞; et où $\xi(x)$ et $\zeta(t)$ sont *toujours croissantes*.

Rappelons aussi que les fonctions $\eta(x)$ et $\xi(x)$ sont définies par les relations (V,4-4) à partir de deux solutions *quelconques* de la première équation (VI,5-10), et que $\mu(t)$ et $\zeta(t)$ sont définies de même à partir de deux solutions *quelconques* de la seconde équation (VI,5-10).

Cela rappelé, l'intégrale générale de l'équation à variables séparées peut s'écrire :

[VI,5-12] $$\varphi(x, t) = E\, e^{\eta(x)+\mu(t)} \sin [\xi(x) \pm \zeta(t) - \Theta],$$

où E et Θ sont deux constantes arbitraires.

C. — Comme nous l'avons fait au paragraphe V,5, C, nous dirons que :

1° la solution $\varphi(x, t)$ est *oscillatoire* en x si $\xi(x)$ varie de $-\infty$ à $+\infty$ en fonction de x;

2° la solution $\varphi(x, t)$ est *oscillatoire* en t si $\zeta(t)$ varie de $-\infty$ à $+\infty$ en fonction de t;

3° la solution $\varphi(x, t)$ est *oscillatoire propagée* si elle est oscillatoire par rapport aux deux variables x et t à la fois.

Si $\xi(x)$ est une fonction du premier degré, la solution est sinusoïdale en x; si $\zeta(t)$ est une fonction du premier degré, la solution est sinusoïdale en t; si $\xi(x)$ et $\zeta(t)$ sont simultanément du premier degré, la solution est une onde *sinusoïdale propagée*;

4° dans le cas général d'une *solution oscillatoire propagée*, les zéros de la fonction sin $[\xi(x) - \xi_0]$ délimitent les *longueurs d'onde successives*, variables de l'une à l'autre. De même, les zéros de la fonction sin $[\zeta(t) - \zeta_0]$ définissent les *périodes temporelles successives*, dont la durée varie de l'une à l'autre. La vitesse de propagation de phase est toujours :

$$V = \frac{\lambda}{T},$$

mais elle est devenue une fonction de x et de t, puisque λ est fonction de x et T fonction de t;

5° une *fréquence de coupure* relative à la variable x existera pour toute valeur de ω, en fonction des paramètres de configuration de $X(x)$, qui changera la nature analytique de $\xi(x)$ de façon à limiter sa variation à un segment (ξ_1, ξ_2) lorsque x varie de $-\infty$ à $+\infty$.

Une fréquence de coupure relative à la variable t existera de même pour toute valeur de ω, en fonction des paramètres de configuration de $T(t)$, qui changera la nature analytique de $\zeta(t)$ de façon à limiter sa variation à un segment (ζ_1, ζ_2) lorsque t varie de $-\infty$ à $+\infty$.

Ces fréquences de coupure, si elles sont au nombre de deux et relatives aux pulsations ω_x et ω_t, définiront trois intervalles de fréquences dans lesquels, respectivement, on aura :

a) soit une solution *oscillatoire propagée*;

b) soit une solution *oscillatoire* par rapport à l'une des variables seulement (donc non propagée);

c) soit une solution *dépourvue de caractère oscillatoire.*

D. — **Remarque sur l'intégrale de l'équation en *p*.**

L'équation en p relative au pavillon « contractile » [VI,4-3] contient au terme indépendant de p, et il convient de voir ce que ce terme introduit dans la propagation.

Toute intégrale de [8], supposée écrite par rapport à p, devient solution de [VI,4-3] en lui ajoutant une intégrale *particulière quelconque* de l'équation complète [VI,4-3]. En se bornant comme en B et C au cas où $S(x, t) = X(x).T(t)$, on a donc à chercher une solution particulière de l'équation :

$$[VI,5\text{-}13] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \left(\frac{1}{X}\frac{dX}{dx}\right)\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{T}\frac{dT}{dt}\right)\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_0 \frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2},$$

Nous la chercherons sous la forme d'une fonction de t seul, ce qui conduit à l'équation différentielle ordinaire :

$$[VI,5\text{-}14] \qquad \frac{d^2p}{dt^2} + \left(\frac{1}{T}\frac{dT}{dt}\right)\frac{dp}{dt} + \gamma\, p_0 \frac{1}{T}\frac{d^2T}{dt^2} = 0$$

dont la solution se réduisant à 0 pour $t = 0$ est :

$$[VI,5\text{-}15] \qquad p(t) = p_0 \int_0^t \frac{dt}{T(t)} - \gamma\, p_0 \operatorname{Log} T(t).$$

La solution générale de [VI,4-3] est ainsi (toujours dans le cas où $S = X.T$) :

$$[VI,5\text{-}16] \qquad p(x, t) = E\, e^{\eta(x)+\mu(t)} \sin\left[\xi(x) \pm \zeta(t) - \Theta\right] + p_0 \int_0^t \frac{dt}{T(t)} - \gamma\, p_0 \operatorname{Log} T(t).$$

La solution particulière [15] *n'est pas propagée :* elle représente un *résidu de pression* qui subsiste dans le pavillon derrière l'onde qui progresse.

Si le pavillon se contracte, $T(t) < 1$; le premier terme de [15] est > 0 et croissant ; le second terme de [15] devient > 0 (compte tenu du signe —) et sa valeur absolue croît très vite lorsque $T(t)$ devient petit. Il en résulte que l'onde progressive laisse derrière elle un résidu de pression qui croît avec le temps.

Si le pavillon se dilate, $T(t) > 1$; le premier terme de [15] est > 0, mais décroissant ; le second terme de [15] est < 0 (compte tenu de son signe —), croît lorsque $T(t)$ croît, et peut surpasser le premier terme en valeur absolue (auquel cas il existerait derrière l'onde progressive un résidu de *pression négative*, ce qui conduit à reconsidérer l'ensemble du problème).

E. — **Remarque sur le cas le plus général où $S(x, t)$ ne se décompose pas en un produit de deux facteurs à variables séparées.**

Lorsque $S(x, t)$ ne se décompose pas en un produit de la forme $X(x).T(t)$, on est en face de l'équation du type général (où nous prendrons par exemple la pression pour fonction inconnue) :

$$[VI,5\text{-}17] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\sigma_t \frac{\partial p}{\partial t},$$

dont nous avons à chercher des *solutions généralisées propagées*, mais sans pouvoir séparer les variables.

Si on la rapporte à ses caractéristiques en posant :

$$[VI,5\text{-}18] \qquad \begin{cases} X = x + ct, \\ T = x - ct, \end{cases}$$

elle se transforme en l'équation :

$$[\text{VI,5-19}] \qquad \frac{\partial^2 p}{\partial X\,\partial T} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{S(X,T)}\frac{\partial S}{\partial T}\right)\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{S(X,T)}\frac{\partial S}{\partial X}\right)\frac{\partial p}{\partial T} = 0$$

qui est du type de Laplace :

$$\frac{d^2 p}{\partial X\,\partial T} + a(X,T)\frac{\partial p}{\partial X} + b(X,T)\frac{\partial p}{\partial T} + c(X,T) = 0,$$

dont les *invariants :*

$$h \quad \frac{\partial a}{\partial X} + ab + c, \qquad k = \frac{\partial b}{\partial T} + ab + c$$

sont *égaux* à :

$$[\text{VI,5-20}] \qquad \begin{aligned} h = k &= \frac{1}{2}\frac{1}{S}\frac{\partial^2 S}{\partial X\,\partial T} - \frac{1}{4}\left[\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial X}\right]\left[\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial T}\right] \\ &= \frac{1}{2}\frac{\partial^2 LS}{\partial X\,\partial T} + \frac{1}{4}\frac{\partial LS}{\partial X}\cdot\frac{\partial LS}{\partial T}. \end{aligned}$$

On sait que, dans ces conditions, l'équation [19] peut se ramener à la forme de Moutard (1878) :

$$[\text{VI,5-21}] \qquad \frac{d^2 p}{\partial X\,\partial T} + G(X,T)p = 0$$

en prenant la nouvelle fonction P(X, T) définie par la relation :

$$[\text{VI,5-22}] \qquad p(X,T) = \lambda(X,T).P(X,T),$$

où λ (X, T) est une fonction qui se détermine aisément en effectuant le changement de fonction, qui donne :

$$[\text{VI,5-23}] \qquad \begin{aligned} \lambda\frac{\partial^2 P}{\partial X\,\partial T} &+ \left[\frac{\partial\lambda}{\partial T} + \frac{\lambda}{2}\sigma'_T\right]\frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial\lambda}{\partial X} + \frac{\lambda}{2}\sigma'_X\right]\frac{\partial P}{\partial T} \\ &+ \left[\frac{\partial^2\lambda}{\partial X\,\partial T} + \frac{1}{2}\sigma'_T\frac{\partial\lambda}{\partial X} + \frac{1}{2}\sigma'_X\frac{\partial\lambda}{\partial T}\right] = 0. \end{aligned}$$

On détermine λ en annulant les termes en $\frac{\partial P}{\partial X}$ et $\frac{\partial P}{\partial T}$, ce qui donne :

$$[\text{VI,5-24}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial\lambda}{\partial T} + \dfrac{1}{2}\sigma'_T\lambda = 0, \\ \dfrac{\partial\lambda}{\partial X} + \dfrac{1}{2}\sigma'_X\lambda = 0. \end{cases}$$

Ces équations déterminent λ à un facteur constant près, qui peut être choisi de façon que le coefficient de $\frac{\partial P}{\partial X}$ s'annule identiquement et que celui de $\frac{\partial P}{\partial T}$ s'annule pour : $T = T_0$.

L'équation en P se réduit alors à :

$$[\text{VI,5-25}] \qquad \frac{\partial^2 P}{\partial X\,\partial T} + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial T}\right)\left(\frac{1}{S}\frac{\partial S}{\partial X}\right) - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{S}\frac{\partial^2 S}{\partial X\,\partial T}\right]P = 0$$

ou encore :

$$[\text{VI,5-26}] \qquad \frac{\partial^2 P}{\partial X\,\partial T} - \left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 LS}{\partial X\,\partial T} + \frac{1}{4}\frac{\partial LS}{\partial X}\cdot\frac{\partial LS}{\partial T}\right]P = 0$$

qui est bien du type [21].

Relativement aux équations de ce type, MOUTARD a déterminé toutes les fonction G (X, T) pour lesquelles l'intégrale générale P (X, T) s'exprime sans signe de quadrature. Cette intégrale générale contient alors deux fonctions arbitraires Φ et Ψ et leurs dérivées partielles successives jusqu'à un rang fini.

En ce qui concerne l'équation [25], les conditions auxquelles doit satisfaire G(X, T) sont malheureusement trop compliquées pour servir à déterminer S(X, T).

Nous avons cependant ramené le problème à la recherche de *solutions oscillatoires propagées* d'une équation du type [21] qui, à certains égards, généralise pour deux variables l'équation différentielle de STURM-LIOUVILLE :

$$\frac{d^2P}{dX^2} + Q(X)P = 0. \qquad [VI,5\text{-}27]$$

Nous observerons simplement, pour terminer, que si $\xi(X)$ et $\zeta(T)$ sont deux fonctions *croissantes*, l'équation :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X\, \partial T} + \xi'(X).\zeta'(T).P = 0 \qquad [VI,5\text{-}28]$$

admet la *solution oscillatoire généralisée :*

$$P(X, T) = \sin [\xi(X) \pm \zeta(T) + \theta], \qquad [VI,5\text{-}29]$$

où θ est une constante quelconque.

Or le produit $\xi'(X).\zeta'(T)$ est toujours positif, ce qui accentue la ressemblance avec le type [27] admettant des solutions propagées.

En revenant aux variables x et t, on montre aisément que la solution [29] garde la même forme.

On est donc certain que l'équation [17] *peut admettre des solutions oscillatoires propagées pour certains profils* $S(x, t)$ dans le cas général où $S(x, t)$ ne se décompose pas en un produit $X(x).T(t)$ à variables séparées.

Chapitre VII

PAVILLONS ABSORBANTS

VII,1 DONNÉES EXPÉRIMENTALES RELATIVES AUX ABSORPTIONS OBSERVÉES AU SEIN DU PAVILLON PHARYNGO-BUCCO-NASAL PENDANT LA PHONATION

A. — Avec MM. L. Pimonow et P. Pouteaux, nous avons réalisé, entre le 3 novembre et le 20 janvier 1960, l'exploration des cavités pharyngo-bucco-nasales pendant la phonation par la méthode imaginée et inaugurée en 1958 par F. Grémy. Elle consiste à enfoncer dans ces cavités un microphone de très petites dimensions porté à l'extrémité d'une tige flexible recourbée pendant que le sujet émet les sons à étudier (*fig.* 35).

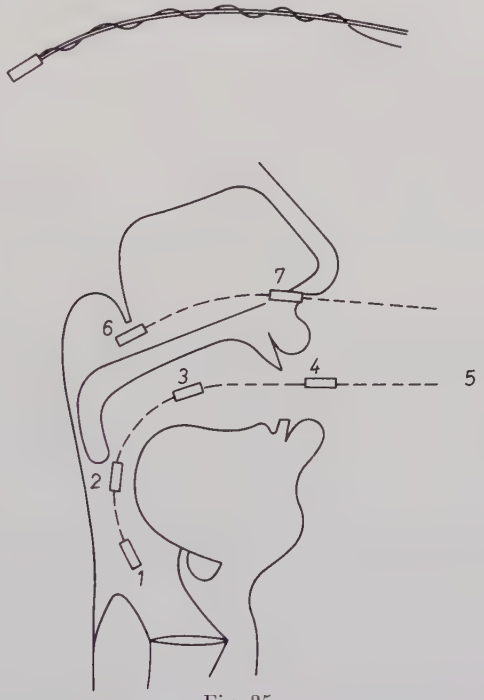


Fig. 35.

En haut : microphone explorateur sur tige fine flexible.

En bas : positions explorées à l'intérieur des cavités sus-glottiques, dessinées d'après un cliché radiographique du sujet.

Le récepteur introduit fut d'abord un microphone à sel de Seignette de 2 mm sur 5 mm (présentant une pointe de résonance sur 2 500 Hz), puis un microphone de Neumann à condensateur du type MM3-Téléfunken (à réponse linéaire) dans un but de contrôle.

Les tensions recueillies étaient dirigées sur un intégrateur d'intensité étalonné, d'une part, et d'autre part sur un analyseur de fréquences du type AF-12 Pimonow n° 103, à sélectivité fixe de 30 Hz, avec gamme explorable de 0 à 4 000 ou de 0 à 12 000 à volonté. On obtenait ainsi, en tout point exploré du pavillon, le niveau sonore en décibels et le spectre de la fourniture de pressions excitatrices. Nous n'utiliserons ici que les niveaux sonores mesurés.

En 1961 et 1962, ces mêmes explorations et ces mêmes mesures furent renouvelées sur de nouveaux sujets, réalisant des niveaux sonores maximums différents.

B. — Les sons étudiés furent de quatre types, correspondant à quatre configurations très différentes du pavillon pharyngo-bucco-nasal :

1° une voyelle « ouverte » : voyelle A légèrement sombrée, soit A°;

2° une voyelle « fermée » : voyelle ou;

3° une voyelle « nasalisée » : voyelle AN;

4° un son émis « bouche fermée ».

Les positions du micro utilisées furent au nombre de sept (*fig.* 35) :

1° au fond de la cavité pharyngée, presque au niveau du larynx;

2° au sommet du pharynx, derrière les piliers postérieurs;

3° au milieu de la cavité buccale;

4° à 0,5 cm devant les lèvres;

5° à 50 cm devant les lèvres;

6° dans le rhino-pharynx en face de l'entrée d'un choane;

7° dans l'intérieur d'une narine.

Tous les sons furent émis sur 280-290 Hz au forté maximal réalisable par chaque sujet.

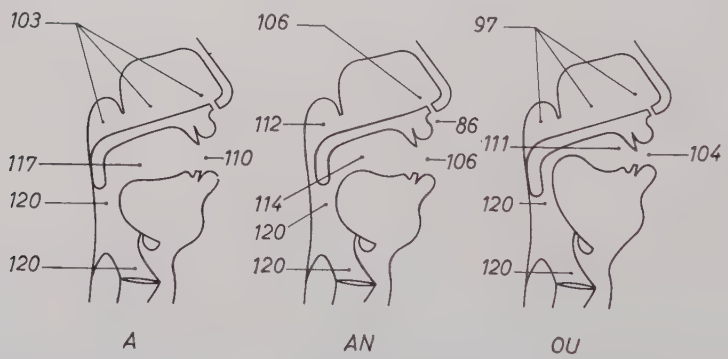


Fig. 36. — Niveaux sonores mesurés aux différents points explorés par la méthode de la *figure* 35, sur une émission laryngée de 120 dB, lorsque les cavités sus-glottiques présentent des configurations répondant à l'émission : soit d'une voyelle « ouverte » A, soit d'une voyelle « nasalisée » AN, soit d'une voyelle « fermée » OU (expériences de L. Pimonow, P. Pouteaux et R. Husson, 1960).

C. — Nous donnerons ici les différents niveaux sonores observés au cours d'une série complète d'expériences dans lesquelles le sujet a réalisé pour tous les sons émis, à la sortie de la glotte, un niveau sonore remarquablement constant de 120 dB (à 1 dB près en plus ou en moins) (*fig.* 36).

Lorsque le voile est relevé, une certaine énergie sonore traverse cependant le voile du palais et la voute palatale. Durant cette traversée, l'absorption est uniformément de 14 dB.

	NIVEAUX SONORES MESURÉS (EN dB)			
	Au niveau du Larynx	Sommet du Pharynx	Milieu de la Bouche	A 0,5 cm devant les lèvres
Voyelle « ouverte »	120	120	117	110
Voyelle « fermée »	120	120	111	104
Voyelle « nasalisée »	120	120	114	106

Lorsque le voile est semi-abaissé (en position de nasalisation), une partie de l'énergie vibratoire transite derrière le voile du palais : le passage rétro-vélaire absorbe alors 8 dB, le transit dans les fosses nasales 6 dB, et la sortie par les narines environ 20 dB.

Lorsque le voile est complètement abaissé (son émis bouche fermée), le niveau sonore derrière les choanes fut de 120 dB, de 114 dB avant la sortie par les narines, et de 94 dB après la sortie.

D. — Rapportons encore deux observations subsidiaires :

1° en premier lieu, la simple cocaïnisation d'un choane abaissa le niveau sonore laryngé de 5 dB environ, probablement en provoquant la suppression de certaines afférences réticulaires issues de la région cocaïnisée;

2° en second lieu, le niveau sonore laryngé parut s'élever de 1 dB en passant de l'émission d'un son « ouvert » à celle d'un son « fermé », puis à celle d'un son « nasalisé » ceci vraisemblablement en raison d'une impédance ramenée accrue qui favorise l'obtention de surpressions sous-glottiques plus élevées.

E. — Ces niveaux généraux d'absorption varient un peu avec l'intensité initiale créée au niveau du larynx : ils croissent avec cette dernière.

Voici les absorptions globales mesurées du larynx à la sortie des lèvres, sur la voyelle « ouverte » A, et relatives à différents niveaux sonores laryngés :

NIVEAUX SONORES LARYNGÉS	ABSORPTIONS MESURÉES DE LA GLOTTE AUX LÈVRES
Voix parlée : 45 dB	5 dB
Chant soutenu : 120 dB	10 dB
Chant à grande puissance : 170 dB (estimé)	18 dB

F. — En raison de la grandeur de ces absorptions, il doit en être tenu compte dans l'élaboration d'une théorie de la propagation acoustique au sein du pavillon pharyngo-buccal.

VII,2 INTRODUCTION D'UNE VISCOSITÉ PARIÉTALE (D'APRÈS LORD RAYLEIGH)

A. — L'équation de conservation de la masse demeure inchangée :

[VII,2-1] $$\frac{\partial(\rho\, Su)}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho\, S)}{\partial t},$$

qui se réduit, aux approximations de l'acoustique classique, à :

[VII,2-1]′ $$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{c^2\,\rho_0}\frac{\partial p}{\partial t} - \sigma_r\, u.$$

B. — Par contre, l'équation d'impulsion va être profondément modifiée, et Lord Rayleigh l'établit comme suit en y introduisant la *viscosité*.

Une tranche plane, parallèle au plan XOY, se meut parallèlement à OX avec une vitesse : $u = \frac{\partial X}{\partial t}$, et se trouve *freinée* par la viscosité *sur ses deux faces*; elle est ainsi soumise à la force freinatrice :

[VII,2-2] $$\rho\, dx\, dy\, dz \frac{\partial u}{\partial t} = dy\, dz\left[\eta\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 y}{\partial^2 z}\, dz\right) - \eta\frac{\partial u}{\partial z}\right]$$

(en raison de la définition même du coefficient de viscosité η), d'où l'on tire :

[VII,2-3] $$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

Pour poursuivre le calcul, il faudrait connaître comment u varie en fonction de Z dans toute tranche parallèle au plan XOY d'ordonnée Z.

Cette relation n'est pas connue. Lord Rayleigh achève le calcul en admettant alors que, si le mouvement considéré est une onde *sinusoïdale propagée*, la vitesse d'ensemble *c ne varie pas avec* Z, hypothèse certainement erronée. Mais il suppose par contre que le freinage visqueux va s'exercer sur l'amplitude et la phase du mouvement.

Il pose : $u = a\, e^{i\omega t}$, et l'équation [3] devient :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = i\,\omega\frac{\rho}{\eta}\,u,$$

dont l'intégrale générale est :

[VII,2-4] $$u = A\, e^{-\sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}}(1+i)x} + B\, e^{+\sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}}(1+i)x}.$$

Le mouvement doit s'annuler pour Z_∞, donc : $B = 0$. Pour $Z = 0$, il doit se réduire au mouvement d'entraînement : $u = A\cos\omega t$. La partie réelle de la solution est alors :

[VII,2-5] $$u = A\, e^{-\sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}}.z} \cdot \cos\left[\omega t - \sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}} \cdot Z\right].$$

On voit que la viscosité fait décroître l'amplitude à mesure que l'on s'éloigne du plan d'entraînement, tandis que la phase prend un retard à mesure que l'on s'éloigne du même plan.

Il convient donc de noter que Lord Rayleigh ne suppose nullement que le fluide en contact de la paroi (dans un tuyau par exemple) est immobile, — ce qui est parfois indiqué — : il se déplace toujours tangentiellement à la paroi en ondes planes perpendiculaires à cette paroi, et avec la même vitesse c. Contre la paroi, le fluide en vibration a simplement son amplitude minimale et une phase retardée au maximum.

La force visqueuse tangentielle par unité de surface est alors :

$$[\text{VII,2-6}] \quad \eta \frac{\partial u}{\partial z} = \eta A \sqrt{\frac{\omega \rho}{2\eta}} (-\cos \omega t + \sin \omega t) = -\sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}} \left(u + \frac{1}{\omega} \frac{\partial u}{\partial t} \right),$$

et, en écrivant l'équation d'impulsion, il faudra ajouter cette force à l'action de la pression statique en écrivant $\frac{\partial u}{\partial t}$. Si S est la surface de la tranche de P son périmètre, on a ainsi l'équation d'impulsion :

$$[\text{VII,2-7}] \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{P}{S} \sqrt{\frac{\omega p}{2 \rho_0}} \left(u + \frac{1}{\omega} \frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

ou encore :

$$[\text{VII,2-8}] \qquad \left[1 + \frac{P}{S} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2 \rho_0}} \cdot \frac{1}{\omega} \right] \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{P}{S} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2 \rho_0}} \cdot u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Rappelons que cette relation n'est valable que pour la propagation d'une onde plane sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude infiniment petite.

VII,3 CAS DU TUYAU AVEC VISCOSITÉ PARIÉTALE (LORD RAYLEIGH)

En éliminant p entre les équations [VII,2-1]′ et [VII,2-8], on obtient de suite l'équation en u relative aux tuyaux avec viscosité pariétale donnée par Lord Rayleigh (*Theory of Sound*, II, 318) :

$$[\text{VII,3-1}] \qquad \left(1 + \frac{P}{S} \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2 \rho_0}} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{P}{S} \sqrt{\frac{\omega \eta}{2 \rho_0}} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

valable uniquement, répétons-le, pour la propagation d'ondes planes sinusoïdales de pulsation ω et d'amplitudes infiniment petites.

On voit que la viscosité introduit deux effets : 1° un amortissement proportionnel à la vitesse et à $\sqrt{\omega}$; 2° une résistance par effet d'accroissement de masse, inversement proportionnelle à $\sqrt{\omega}$.

La vitesse de propagation c est diminuée et devient :

$$c' \sim c \left[1 - \frac{P}{2S} \sqrt{\frac{\eta}{2 \rho_0 \omega}} \right].$$

L'intégration de l'équation [1] est immédiate par la séparaton des variables, et donne le produit d'une fonction circulaire en ωt par une fonction hyperbolique en αx, où α est une quantité complexe qui se détermine par identification.

VII,4 CAS DU PAVILLON AVEC VISCOSITÉ PARIÉTALE

A. — Pour un pavillon à profil invariable dont la section est S(x), avec un périmètre P(x), on a à considérer le système $\left(\text{où } \sqrt{\frac{\eta}{2\rho_0}} = \mu\right)$:

$$[\text{VII,4-1}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} + u\,\sigma_x = -\dfrac{1}{c^2}\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t}, \\ \left[1 + \dfrac{P}{S}\dfrac{\mu}{\sqrt{\omega}}\right]\dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{P}{S}\mu\sqrt{\omega}\,.\,u = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x}, \end{cases}$$

où l'élimination de p est immédiate et donne l'équation :

$$[\text{VII,4-2}] \qquad \frac{1}{c^2}\left[1 + \frac{P}{S}\frac{\mu}{\sqrt{\omega}}\right]\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sigma_x\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}u - \frac{1}{c^2}\frac{P}{S}\mu\sqrt{\omega}\frac{\partial u}{\partial t},$$

valable uniquement pour la propagation d'ondes planes sinusoïdales de pulsation ω et d'amplitudes infiniment petites.

B. — Nous ne croyons pas devoir développer l'analyse des modifications introduites dans la propagation par un effet de *viscosité pariétale* ainsi mis en équation. Les absorptions qui en résultent sont incomparablement plus faibles que celles observables expérimentalement dans le pavillon pharyngo-buccal, ce qui traduit l'insuffisance des hypothèses faites par Lord Rayleigh.

Dans la réalité, les ondes intra-pharyngo-buccales ne sont pas planes, et une part importante de leur énergie cinétique s'épuise à produire des déformations des parois sans mettre en jeu de réactions élastiques. De plus, l'existence d'une vitesse tangentielle est douteuse, et le mouvement de l'air devient rapidement turbulent, circonstance qui aggrave l'absorption et échappe encore au schéme explicatif du paragraphe VII,2. Nous n'avons en fait rappelé ce schème explicatif que pour en montrer l'insuffisance.

VII,5 INTRODUCTION D'UNE VISCOSITÉ VOLUMIQUE SUPPLÉMENTAIRE (D'APRÈS STOKES)

La mise en équation de la viscosité pariétale, d'après Lord Rayleigh, a souvent fait l'objet de vives critiques. Elle suppose implicitement, notamment, que les effets de la viscosité *s'annulent* à une distance suffisante de la paroi. Comme le fluide en mouvement, et même l'air, présente en tous points une viscosité *volumique*, on peut songer à en tenir compte, comme l'a fait Stokes, et, comme elle est faible, on peut simplement la superposer à la première.

Si l'on tient compte d'une viscosité volumique, l'équation de conservation de la masse demeure inchangée, mais l'équation d'impulsion doit être retouchée, et, pour la propagation d'ondes planes, Stokes a montré qu'elle devenait :

$$[\text{VII,5-1}] \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

VII,6 CAS DU TUYAU ET DU PAVILLON INVARIABLES AVEC VISCOSITÉ VOLUMIQUE

A. — Un tuyau invariable, dont la section S a pour périmètre P, a pour équation de propagation en u le résultat de l'élimination de p entre :

$$[\text{VII,6-1}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{4}{3}\dfrac{\eta}{\rho_0}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{P}{S}\sqrt{\dfrac{\omega\eta}{2\rho_0}}\left(u + \dfrac{1}{\omega}\dfrac{\partial u}{\partial t}\right), \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} = -\dfrac{1}{c^2\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t}, \end{cases}$$

en tenant compte à la fois des viscosités pariétale et volumique. On trouve de suite :

$$[\text{VII,6-2}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{4}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{P}{S}\sqrt{\frac{\omega\eta}{2\rho_0}}\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t}\right).$$

La présence du terme de viscosité volumique donne des répercussions différentes de celles résultant de la viscosité pariétale. On les étudie en considérant l'équation :

$$[\text{VII,6-3}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,dt}.$$

et en cherchant des solutions de la forme :

$$u(x, t) = A(x).e^{i\omega t}.$$

De simples identifications donnent :

$$[\text{VII,6-4}] \qquad u(x, t) = B\,e^{-\frac{2}{3}\frac{\eta\omega^2}{\rho_0 c^3}x}\,e^{-i\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)},$$

la vitesse de propagation étant devenue en première approximation :

$$[\text{VII,6-5}] \qquad c' \sim \sqrt{c^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{\eta\omega}{\rho_0 c}\right)^2} \sim c\left[1 - \frac{2}{9}\frac{\eta^2\omega^2}{\rho_0^2 c^4}\right].$$

On voit que la viscosité volumique fait apparaître un amortissement léger indépendant de la vitesse (croissant comme ω^2), et entraîne une diminution légère de la vitesse de propagation (également croissante comme ω^2).

B. — Le cas du pavillon invariable avec viscosité volumique se traite de la même façon, et, si l'on tient compte des deux viscosités, conduit à l'équation en u :

$$[\text{VII,6-6}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial(u\,\sigma_x)}{\partial x} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{P}{S}\sqrt{\frac{\omega\eta}{2\rho_0}}\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t}\right),$$

équation valable uniquement, rappelons-le, pour la propagation d'ondes planes sinusoïdales de pulsation ω.

Si l'on se borne à considérer la viscosité volumique, et si de plus le pavillon est à profil exponentiel, l'équation devient :

$$[\text{VII,6-7}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = m\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t},$$

dont on obtiendrait sans difficulté des solutions de la forme :

$$u(x, t) = \mathrm{A}\, e^{-(a+ib)x-(d+ie)t}$$

définissant une nouvelle fréquence de coupure (fonction de η), des amortissements en x et en t (fonctions de η), et une vitesse de propagation (également fonction de η).

VII,7 CAS DU PAVILLON « CONTRACTILE » AVEC VISCOSITÉS PARIÉTALE ET VOLUMIQUE

A. — Le système à considérer est (en faisant abstraction de l'action de la paroi) :

$$[\text{VII,7-1}] \quad \begin{cases} \dfrac{\partial(\rho\, Su)}{\partial x} = -\dfrac{\partial(\rho\, S)}{\partial t}, \\ \dfrac{\partial(\rho\, Su)}{\partial t} = -S\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{4}{3}\dfrac{\eta}{\rho_0}\dfrac{\partial^2(\rho\, Su)}{\partial x^2} - P\sqrt{\dfrac{\omega\eta\rho_0}{2}}\left(\dfrac{1}{\omega}\dfrac{\partial u}{\partial t} + u\right). \end{cases}$$

En vue d'éliminer p, nous supposerons que :

$$u\frac{\partial\rho}{\partial x} \sim 0; \qquad u\frac{\partial\rho}{\partial t} \sim 0; \qquad \frac{\partial^2(\rho\, Su)}{\partial x^2}\eta \sim \rho S\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\eta;$$

et nous poserons :

[VII,7-2]

$$\begin{cases} \varphi(u) = c^2\left[\dfrac{\partial u}{\partial x} + u\,\sigma_x + \sigma_t\right] = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial t}, \\ \Psi(u) = \dfrac{\partial u}{\partial t} + \sigma_t\, u - \dfrac{4}{3}\dfrac{\eta}{\rho_0}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{P}{S}\sqrt{\dfrac{\omega\,\eta\,\rho_0}{2}}\left(\dfrac{1}{\omega}\dfrac{\partial u}{\partial t} + u\right) = -\dfrac{1}{\rho_0}\dfrac{\partial p}{\partial x}. \end{cases}$$

L'équation cherchée s'écrit alors :

$$[\text{VII,7-3}] \qquad \frac{\partial\varphi(u)}{\partial x} = \frac{\partial\Psi(u)}{\partial t}.$$

Nous ne croyons pas utile de la développer, en raison de la présence dans $\Psi(u)$ des quantités P et S, ici fonctions de x et de t, et qui donnent lieu à d'inutiles complications d'écriture. L'équation trouvée est d'ailleurs relative uniquement à la propagation d'ondes planes sinusoïdales de pulsation ω.

B. — L'équation [VII,7-3] ne prend une forme simple que si l'on ne considère que la viscosité volumique. Elle devient alors :

$$[\text{VII,7-4}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial(u\,\sigma_x)}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial(u\,\sigma_t)}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t} + \frac{\partial\sigma_t}{\partial x}$$

et, pour le pavillon doublement exponentiel (m et k étant deux constantes) :

$$[\text{VII,7-5}] \qquad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = m\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{k}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t},$$

dont on obtiendrait aisément des solutions de la forme :

$$u(x, t) = \mathrm{A}\, e^{(-a+ib)x-(d+ie)t}.$$

VII,8 **CAS DU TUYAU « CONTRACTILE » AVEC ABSORPTIONS PARIÉTALE ET VOLUMIQUE**

A. — Dans le cas du tuyau contractile, $S(x, t)$ ne dépend plus que de t. Si l'on suppose en outre que le tuyau reste homothétique à lui-même, on a : $\frac{P}{S} = \frac{a}{\sqrt{S(t)}}$, où a est une constante. L'équation en u devient alors :

$$[\text{VII,8-1}] \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= -\frac{1}{c^2}\frac{\partial (u\,\sigma_t)}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\,\partial t} \\ &\quad - \frac{a}{2\,c^2\,\rho_0\sqrt{S}}\sqrt{\frac{\eta\omega}{2\,\rho_0}}\left[\frac{2}{\omega}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \left(2 - \frac{\sigma_t}{\omega}\right)\frac{\partial u}{\partial t} - \sigma_t\, u\right]. \end{aligned} \right.$$

Son étude n'est simple que si l'on néglige la viscosité pariétale, en raison de la présence de $\frac{1}{\sqrt{S}}$ en multiplicateur des termes qui en tiennent compte. Si de plus l'évolution de $S(t)$ est exponentielle dans le temps, l'équation se simplifie encore et s'étudie sans difficulté (voir § XI,8 de ce travail).

B. — Pas plus que plus haut (§ VII,4, C), nous ne croyons utile de pousser l'étude analytique des modifications introduites dans la propagation par une absorption volumique du type stokien : les absorptions qui en résultent sont encore plus faibles que celles résultant d'une absorption pariétale du type de Lord Rayleigh, déjà très insuffisante.

Le problème du pavillon absorbant demeure entier. En ce qui concerne le pavillon pharyngo-buccal, il ne pourra être abordé utilement, nous semble-t-il, que sous l'angle d'un *espace quasi clos* à parois inélastiques fortement absorbantes, au sein duquel débite une source d'énergie cinétique intermittente, et qui débite lui-même de l'énergie acoustique par une fenêtre latérale.

Chapitre VIII

PAVILLONS AVEC MILIEU INTÉRIEUR EN MOUVEMENT TURBULENT

VIII,1 MISE EN ÉVIDENCE EXPÉRIMENTALE D'UNE DIFFUSION TURBULENTE AU SEIN DU PAVILLON PHARYNGO-BUCCAL PENDANT LA PHONATION

A. — Nous avons mis *fortuitement* en évidence, expérimentalement, l'existence d'une diffusion turbulente au sein du pavillon pharyngo-buccal pendant la phonation, en 1961, en nous livrant à des analyses de voyelles émises par des chanteurs de l'Opéra de Paris. Le microphone employé était tantôt un microphone à condensateur de Naumann du type MM-3 Téléfunken, très sensible, et tantôt un microphone à sel de Seignette de très petites dimensions introduit dans la cavité buccale, moins sensible. Les tensions recueillies étaient dirigées sur un analyseur de fréquences du type AF-12 Pimonow n° 103, à sélectivité fixe de 30 Hz, explorant à volonté les gammes 0-4 000 à 0-12 000.

Nous avions alors en vue l'étude du *vibrato d'intensité*. Ce phénomène se présente sous la forme d'une modulation d'intensité du son émis, dont la grandeur excède rarement 3 dB (E. Roudakov, 1958) et dont la fréquence oscille selon les individus entre 5 et 8 par seconde. En immobilisant le spot de l'analyseur sur la fréquence du fondamental ou d'un harmonique du son du larynx, on voit alors le point lumineux, au lieu de demeurer immobile, effectuer de cinq à huit fois par seconde un va-et-vient vertical de grande amplitude (parfois atteignant le cinquième de l'ordonnée maximale du spot).

B. — En nous plaçant dans certaines conditions physiologiques d'émission ayant pour effet d'atténuer, ou même de supprimer, ce vibrato d'intensité, nous avons observé qu'un *phénomène identique subsistait*, provoquant un va-et-vient vertical du spot beaucoup moins ample mais *sans période définie*, et en tous cas beaucoup plus rapide.

Autre différence entre les deux phénomènes : tandis que le vibrato d'intensité frappe quasi électivement les harmoniques graves jusqu'à 3 000 Hz, et se manifeste à peine sur les amplitudes des harmoniques plus aigus, c'est plutôt l'inverse qui semble se produire en ce qui concerne la fluctuation anarchique résiduelle du spectre. Cette dernière paraît spatialement aussi importante dans le grave que dans l'aigu, ce qui signifie qu'elle atteint beaucoup plus les harmoniques aigus que les graves.

Autre différence enfin : le vibrato d'intensité ne croît pas sensiblement avec l'intensité du son, tandis que le phénomène résiduel observé, à peu près nul en voix « piano » croît très rapidement avec l'intensité du son et plus vite qu'elle.

C. — Cette fluctuation résiduelle des spots, ajustés aux différentes fréquences des harmoniques du son laryngien, a été attribuée par nous à une *diffusion turbulente* prenant naissance au sein des cavités sus-glottiques traversées par les fournitures de pression issues de la glotte pendant la phonation.

Il faut se rappeler que ces fournitures issues du larynx sont injectées dans le pharynx *à grande vitesse* (pouvant dépasser la vitesse du son), et qu'elles sont ainsi injectées sous forme de *force vive* plutôt que de pression.

Au surplus, la *forme anfractueuse* de la cavité pharyngo-buccale et de ses parois donne naissance à des ondelettes diffractées par les parois de façon très irrégulière.

Enfin, un *écoulement aérodynamique* de faible vitesse, mais intermittent et turbulent, se superpose aux états vibratoires qui peuvent se former ou s'amorcer dans la cavité.

Pour ces raisons, une diffusion turbulente est inévitable au sein du pavillon pharyngo-buccal pendant la phonation, et nous n'avons pas craint de lui rapporter la fluctuation des spots décrite ci-dessus, à la fois *résiduelle* (c'est-à-dire en l'absence de vibrato) et de caractère anarchique ou *aléatoire*.

D. — Dans ces conditions, la théorie des pavillons que nous développons se devait de prendre en considération la propagation acoustique au sein d'un milieu unidimensionnel en mouvement turbulent.

VIII,2 PROPAGATION D'ONDES D'AMPLITUDES INFINIMENT PETITES. CAS DE LA PROPAGATION AU SEIN D'UN MILIEU INDÉFINI EN MOUVEMENT TURBULENT

A. — Nous établirons d'abord l'équation de propagation d'une onde plane au sein d'un milieu en mouvement de translation rectiligne, donnée (dans un cas à peine particularisé) par E. Esclangow en 1925.

La substitution d'un mouvement turbulent à une translation rectiligne ne modifie pas l'équation de propagation, *mutatis mutandis*, mais soulève quelques réserves en ce qui concerne le passage à la limite exigé. On aboutit ainsi à l'équation déjà utilisée par N. N. Andreyev et I. G. Rusakov en 1934.

L'application de la même analyse à la propagation au sein d'un milieu unidimensionnel ne présente pas de difficultés particulières.

B. — Considérons un milieu au repos rapporté à des axes rectangulaires immobiles $Oxyz$. Soit, dans ce milieu, un petit volume Ω centré autour du point O_1 et rapporté à des axes O_1XYZ parallèles aux premiers.

Supposons en outre que ce volume Ω soit animé d'un mouvement de translation dont la vitesse a pour composantes α, β et γ par rapport aux axes O_1XYZ (ainsi qu'aux axes $Oxyz$) (*fig.* 37).

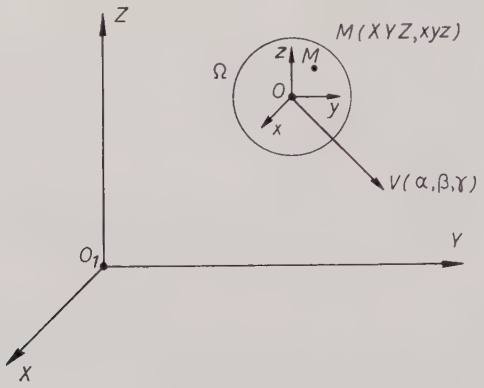


Fig. 37.

Soit M un point du petit volume Ω, de coordonnées xyz par rapport au trièdre $Oxyz$ et XYZ par rapport au trièdre O_1XYZ lié à Ω. On a les relations évidentes :

$$\text{[VIII,2-1]} \qquad \begin{cases} x = X + \alpha\, t, \\ y = Y + \beta\, t, \\ z = Z + \gamma\, t, \end{cases}$$

Supposons maintenant que le petit volume Ω soit le siège d'un mouvement vibratoire d'amplitude infiniment petite admettant le potentiel des vitesses

$$\Psi_1 (X, Y, Z, t).$$

On a, avec les variables XYZ :

$$\text{[VIII,2-2]} \qquad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Z^2}.$$

Par rapport au trièdre immobile $Oxyz$, ce même mouvement aura un potentiel des vitesses $\Psi (x, y, z, t)$ tel que l'on ait :

$$\text{[VIII,2-3]} \qquad \Psi_1 (X, Y, Z, t) = \Psi (x, y, z, t) - \alpha\, x - \beta\, y - \gamma\, z.$$

On aura le potentiel des vitesses $\Psi (x, y, z, t)$ cherché en opérant, dans la relation [2], le changement de variables défini par les relations [1] et le changement de fonction défini par l'équation [3].

Bien que ce calcul soit banal, nous le développerons en vue de mettre en évidence certaines hypothèses implicites qu'il comporte.

La relation [3] s'écrit, avec les nouvelles variables :

$$\text{[VIII,2-4]} \quad \Psi_1 (X, Y, Z, t) = \Psi (X + \alpha\, t, Y + \beta\, t, Z + \gamma\, t; t) - \alpha\, X - \beta\, Y - \gamma\, Z - \alpha^2\, t - \beta^2\, t - \gamma^2\, t.$$

Les dérivées partielles premières par rapport aux variables spatiales sont :

$$[\text{VIII,2-5}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \Psi_1}{\partial X} = \dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\dfrac{dx}{dX} - \alpha = \dfrac{\partial \Psi}{\partial x} - \alpha, \\ \dfrac{\partial \Psi_1}{\partial Y} = \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} - \beta, \\ \dfrac{\partial \Psi_1}{\partial Z} = \dfrac{\partial \Psi}{\partial z} - \gamma, \end{cases}$$

ce qui donne, pour les dérivées partielles du second ordre :

$$[\text{VIII, 2-6}] \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 \Psi_1}{\partial X^2} = \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Y^2} = \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}, \\ \dfrac{\partial^2 \Psi_1}{\partial Z^2} = \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}. \end{cases}$$

Ces calculs supposent que α, β, γ, composantes de la vitesse de translation du petit volume Ω, *ne varient pas avec* X, Y *et* Z.

La dérivée partielle première par rapport au temps s'écrit :

$$[\text{VIII,2-7}] \qquad \begin{aligned} \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} &= \frac{\partial \Psi}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2, \\ &= \frac{\partial \Psi}{\partial x}\alpha + \frac{\partial \Psi}{\partial y}\beta + \frac{\partial \Psi}{\partial z}\gamma + \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2, \end{aligned}$$

ce qui donne, pour la dérivée seconde :

$$[\text{VIII,2-8}] \qquad \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} &= \alpha\left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\alpha + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial y}\beta + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial z}\gamma + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t}\right] \\ &+ \beta\left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial y}\alpha + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}\beta + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y\,\partial x}\gamma + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y\,\partial t}\right] \\ &+ \gamma\left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial z}\alpha + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y\,\partial z}\beta + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}\gamma + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z\,\partial t}\right] \\ &+ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t}\alpha + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y\,\partial t}\beta + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z\,\partial t}\gamma + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Ces calculs supposent que les composantes α, β, et γ de la vitesse d'entraînement *ne varient pas avec le temps.*

L'équation des ondes dans un milieu en translation uniforme et rectiligne s'écrit donc :

[VIII,2-9]

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\left[\sum_{(xyz)} \alpha^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \sum_{(xyz)} 2\,\alpha\beta\,\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial y} + \Sigma\, 2\,\alpha\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}\right],$$

déjà formée par E. Esclangon en 1925.

On peut l'écrire sous la forme symbolique :

$$[\text{VIII,2-10}] \qquad \Delta\,\Psi = \frac{1}{c^2}\left[\alpha\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \beta\frac{\partial \Psi}{\partial y} + \gamma\frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right]^{(2)}.$$

C. — On passe de là au cas où le mouvement de translation uniforme de vitesse (α, β, γ) devient un mouvement *turbulent* en supposant que les projections α, β et γ de la vitesse d'entraînement deviennent des *fonctions aléatoires de moyennes nulles* $\bar{\alpha} = \bar{\beta} = \gamma = 0$, variant rapidement.

L'équation des ondes infiniment petites *en milieu turbulent* prend alors la forme symbolique :

[VIII,2-10] $$\Delta \Psi = \frac{1}{c^2}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y} + \gamma\frac{\partial}{\partial z}\right]^{(2)} \Psi,$$

utilisée par Andreyev et Rusakov dès 1934, où ($\alpha\beta\gamma$) sont les composantes aléatoires instantanées de la vitesse de turbulence et Ψ le potentiel des vitesses de l'onde plane se propageant avec la vitesse c.

Il convient cependant de se rappeler les remarques faites un peu plus haut : l'établissement de cette relation suppose que α, β et γ ne dépendent, ni des variables spatiales x, y, z, ni du temps t, hypothèses mal compatibles (surtout la dernière) avec la notion de turbulence.

En effectuant les dérivations [5, 6, 7 et 8] en faisant varier α, β et γ en fonction de x, y, z et t, on introduit des termes secondaires en grand nombre, mais qui restent négligeables tant que α, β et γ sont eux-mêmes petits vis-à-vis des composantes de la vitesse dues au potentiel Ψ, et en surplus vis-à-vis de la vitesse du son c.

Lorsque α, β et γ ne pourront plus être supposés assez petits vis-à-vis des composantes de la vitesse dues au potentiel Ψ, un doute légitime planera sur la validité de l'équation [10].

VIII,3 CAS DU PAVILLON « CONTRACTILE » DOUBLEMENT EXPONENTIEL EMPLI D'UN MILIEU EN MOUVEMENT TURBULENT

A. — Si le profil du pavillon varie avec le temps, et s'il est doublement exponentiel, la propagation a pour équation en u :

[VIII,3-1] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = m\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{c^2} q\frac{\partial u}{\partial t},$$

où m et q sont des constantes. On obtiendra l'équation du potentiel des vitesses en posant : $u = -\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}$ et en intégrant par rapport à x, ce qui redonne l'équation initiale :

[VIII,3-2] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial X^2} = m\frac{\partial \Psi_1}{\partial X} - \frac{1}{c^2} q\frac{\partial \Psi_1}{\partial t},$$

après être revenu aux notations relatives au fluide immobile (Ψ_1, X, Y, Z, t).

B. — L'analyse conduite au paragraphe VIII,1 peut être reprise identiquement. Le potentiel des vitesses cherché $\Psi(x, y, z, t)$ est lié au précédent par les relations :

[VIII,3-3] $$\begin{cases} \Psi_1(X, Y, Z, t) = \Psi(x, y, z, t) - \alpha x - \beta y - \gamma z, \\ X = x - \alpha t, \\ Y = y - \beta t, \\ Z = z - \gamma t. \end{cases}$$

Il est solution de l'équation obtenue en effectuant sur l'équation [2] le changement de variables et de fonction défini par le système [3], ce qui donne :

$$[\text{VIII,3-4}] \quad \Psi_1(X, Y, Z, t) = \Psi(X + \alpha t, Y + \beta t, Z + \gamma t, t) - \alpha X - \beta Y - \gamma Z - \alpha^2 t - \beta^2 t - \gamma^2 t,$$

dont les dérivées partielles figurant dans l'équation [2] sont :

$$[\text{VIII,3-5}] \quad \begin{cases} \dfrac{\partial \Psi_1}{\partial X} = \dfrac{\partial \Psi}{\partial x} - \alpha, \\ \dfrac{\partial^2 \Psi_1}{\partial X^2} = \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial \Psi_1}{\partial t} = \dfrac{\partial \Psi}{\partial x}\alpha + \dfrac{\partial \Psi}{\partial t} - \alpha^2, \\ \dfrac{\partial^2 \Psi_1}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\alpha^2 + 2\alpha \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial x\, \partial t} + \dfrac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \end{cases}$$

et dès lors l'équation [2] devient :

$$[\text{VIII,3-6}] \quad \frac{1}{c^2}\left[\alpha^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}\right] - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = m\left[\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \alpha\right] - \frac{1}{c^2} q\left[\frac{\partial \Psi}{\partial x}\alpha + \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \alpha^2\right].$$

Si on y néglige α devant $\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}$, les termes en α^2, et le terme $\alpha \dfrac{\partial \Psi}{\partial x}$ devant $\dfrac{\partial \Psi}{\partial t}$, on a l'équation :

$$[\text{VIII,3-7}] \quad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = m\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{1}{c^2} q \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial t},$$

où α est une fonction aléatoire de moyenne temporelle nulle ($\bar{\alpha} = 0$) et indépendante de x, y, z et t.

C. — Observons enfin que l'analyse ci-dessus subsisterait identiquement si le pavillon, tout en demeurant « exponentiel » vis-à-vis de la variation du temps t, gardait son caractère général vis-à-vis de la variation de l'abscisse x, avec une section de la forme :

$$[\text{VIII,3-8}] \quad S(x, t) = S(x).e^{qt}.$$

L'équation de la propagation acoustique [7] serait remplacée par la suivante :

$$[\text{VIII,3-9}] \quad \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \sigma_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{1}{c^2} q \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial t},$$

où α a la même signification que plus haut.

VIII,4 INTRODUCTION DE TERMES D'ABSORPTION PAR VISCOSITÉ

A. — L'introduction de termes de viscosité ne modifie en rien l'analyse précédente, sous la seule réserve que u puisse encore dériver d'un *potentiel des vitesses*. Cette circonstance disparaît notamment si l'on fait intervenir la viscosité pariétale en ce qui concerne la propagation au sein d'un pavillon (à profil invariable ou variable avec le temps). Il reste alors encore quelques cas où une équation du potentiel des vitesses peut être formée, et conduire à une équation de propagation.

Les calculs sont identiques aux précédents. Un seul terme nouveau apparaît : $\frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial X^2 \partial t}$, dont le calcul ne présente aucune difficulté et donne :

[VIII,4-1] $$\frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial X^2 \partial t} = \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} \alpha + \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^2 \partial t}.$$

Sans développer les calculs, voici les équations de propagation obtenues pour chacun des quatre cas où l'analyse qui précède est applicable.

B. — **Tuyau invariable avec absorption pariétale et volumique, et milieu intérieur en mouvement turbulent.**

En négligeant les termes en α^2, $\alpha\,\eta$ et $\alpha\sqrt{\eta}$, on obtient l'équation de propagation, valable uniquement pour une onde plane sinusoïdale de pulsation ω :

[VIII,4-2] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{2\,\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^2\,\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{P}{S}\sqrt{\frac{\omega\,\eta}{2\,\rho_0}}\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \frac{\partial \Psi}{\partial t}\right).$$

C. — **Tuyau « exponentiellement contractile » avec absorptions pariétale et volumique, et milieu intérieur en mouvement turbulent.**

En négligeant les termes en α^2, $\alpha\,\eta$ et $\alpha\sqrt{\eta}$, on obtient l'équation de propagation, valable uniquement pour une onde plane sinusoïdale de pulsation (avec : $P = a\sqrt{S}$) :

[VIII,4-3] $$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2}\,q\,\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta_i}{\rho_0}\frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^2\,\partial t} - \frac{a}{2\,c^2\,\rho_0\sqrt{S(t)}}\cdot\sqrt{\frac{\eta\omega}{2\,\rho_0}}\left[\frac{2}{\omega}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} + \left(2 - \frac{\sigma_t}{\omega}\right)\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \sigma_t\,\Psi\right].\right.$$

D. — **Pavillon invariable avec viscosité volumique (seule) et milieu intérieur en mouvement turbulent.**

En négligeant les termes en α^2 et $\alpha\,\eta$, l'équation de propagation est :

[VIII,4-4] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \sigma_x \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^2\,\partial t}.$$

E. — **Pavillon « contractile » doublement exponentiel avec viscosité volumique (seule) et milieu intérieur en mouvement turbulent.**

En négligeant comme précédemment les termes en α^2 et $\alpha\,\eta$, l'équation de propagation est :

[VIII,4-5] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = m\,\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{1}{c^2}\,q\,\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x\,\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0}\frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^2\,\partial t}.$$

VIII,5 EFFETS DE LA TURBULENCE SUR LA PROPAGATION

A. — Obukhov (1941), Blokhintsev (1945), Tatarski (1953), et d'autres, ont étudié analytiquement les effets de la turbulence du milieu sur la propagation d'ondes (électromagnétiques et sonores), et montré qu'elle avait pour effet d'entacher de *fluctuations aléatoires* l'amplitude et la phase de chaque onde monochromatique propagée.

B. — Partant de l'équation formée plus haut

[VIII,5-1] $$\Delta \Psi = \frac{1}{c^2}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sum_{\substack{xyz \\ \alpha\beta\gamma}} \alpha \frac{\partial}{\partial x}\right]^{(2)} \Psi,$$

Tatarski conduit son analyse comme suit :

Développant le carré symbolique et négligeant les termes du second ordre, il obtient :

[VIII,5-2] $$\Delta \Psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{2\vec{\alpha'}}{c^2} \cdot \text{Grad}\,\frac{\partial P}{\partial t}.$$

Il cherche des solutions de la forme :

[VIII,5-3] $$\Psi = \varphi\,(x, y, z).\,e^{-i\omega t},$$

d'où il résulte que φ est solution de l'équation :

[VIII,5-4] $$\Delta \varphi + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varphi = -2i\left(\frac{\omega}{c}\right) \cdot \frac{\vec{\alpha}}{c} \cdot \text{Grad}\,\varphi.$$

Il pose alors :

[VIII,5-5] $$\varphi = \varphi_0 + \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots$$

et les φ_i successifs sont solutions des équations $\left(\text{en posant : } k = \frac{\omega}{c}\right)$:

[VIII,5-6] $$\begin{cases} \Delta \varphi_0 + k^2 \varphi_0 = 0, \\ \Delta \varphi_1 + k^2 \varphi_1 = -2ik\dfrac{\vec{\alpha'}}{c} \cdot \text{Grad}\,.\,\varphi_0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

La première équation a pour solution :

[VIII,5-7] $$\varphi_0 = A_0\, e^{i\vec{k}.\vec{z}}$$

et elle représente l'*onde non-perturbée* par la turbulence (où $\vec{k}$ est le vecteur d'onde).

Le second terme φ_1, qui est la valeur principale de la perturbation, est solution de la seconde équation devenue :

[VIII,5-8] $$\Delta \varphi_1 + k^2 \varphi_1 = 2k^2 \frac{\vec{\alpha'}\,\vec{n}}{c} \cdot A_0\, e^{i\vec{k}.\vec{z}}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur unité dans la direction de l'onde.

Cette équation est du type de celle dont Poisson a donné l'intégrale générale sous la forme d'une intégrale définie portant sur un potentiel de volume. Tatarski forme cette intégrale définie, et la calcule en gardant le formalisme de l'analyse vectorielle et de la théorie des fonctions aléatoires. Il parvient ainsi à former des expressions analytiques donnant les valeurs moyennes des fluctuations en amplitude et en phase de l'onde perturbée.

C. — Nous nous proposons de retrouver ces résultats par une analyse très élémentaire en traitant le cas le plus simple : celui d'un tuyau invariable au sein duquel se propage une onde plane sinusoïdale dans un milieu en mouvement turbulent.

L'équation définissant le potentiel de la vitesse est :

[VIII,5-9] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} - - \frac{2\alpha}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial t}.$$

Nous chercherons des solutions de la forme :

[VIII,5-10] $$\varphi(x,t) = \mathrm{A}(x).\mathrm{e}^{i\omega t}.$$

On en tire :

[VIII,5-11] $$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{d\mathrm{A}}{dx}\cdot\mathrm{e}^{i\omega t}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial t} = i\omega\,\mathrm{A}(x)\,\mathrm{e}^{i\omega t},$$
$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = \frac{d^2\mathrm{A}}{\partial x^2}\cdot\mathrm{e}^{i\omega t} \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \omega^2\mathrm{A}(x)\,\mathrm{e}^{i\omega t},$$
$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial t} = i\omega\frac{d\mathrm{A}}{dx}\mathrm{e}^{i\omega t},$$

et l'équation en A(x) :

[VIII,5-12] $$\frac{d^2\mathrm{A}}{dx^2} - \frac{2\alpha}{c^2}\,i\omega\frac{d\mathrm{A}}{\partial x} + \frac{\omega^2}{c^2}\mathrm{A} = 0.$$

En posant :

$$\frac{\alpha}{c} = \beta, \qquad \frac{\omega}{c} = k.$$

nous l'écrirons :

[VIII,5-13] $$\frac{d^2\mathrm{A}}{dx^2} - 2\beta\,ik\frac{d\mathrm{A}}{dx} + k^2\mathrm{A} = 0.$$

Nous chercherons des solutions de la forme :

$$\mathrm{A}(x) = \mathrm{A}_0\,\mathrm{e}^{rx}$$

et r sera racine de l'équation caractéristique :

$$r^2 - 2\beta\,ikr + k^2 = 0$$

dont les racines sont :

$$\begin{cases} r_1 \\ r_2 \end{cases} = \beta\,i \pm \sqrt{-\beta^2 - k^2} = \beta\,i \pm i\sqrt{k^2+\beta^2} = \beta\,i \pm i\,\Delta.$$

On obtient ainsi pour $\varphi(x,t)$ la solution :

[VIII,5-14] $$\begin{cases} \varphi(x,t) = \mathrm{A}_0\,\mathrm{e}^{i\beta x}\,[\mathrm{G}\,\mathrm{e}^{i\Delta x} + \mathrm{H}\,\mathrm{e}^{-i\Delta x}].\mathrm{e}^{i\omega t} \\ \qquad\quad = \mathrm{A}_0\,\mathrm{e}^{i\beta x}\,[\mathrm{G}\,\mathrm{e}^{i(\omega t+\Delta x)} + \mathrm{H}\,\mathrm{e}^{i(\omega t-\Delta x)}] \end{cases}$$

que nous écrirons, en revenant aux variables réelles et en ne gardant que l'onde propagée directe :

[VIII,5-15] $$\varphi(x, t) = A_0 \cos\left(\frac{\alpha x}{c}\right) \cdot \sin(\omega t - \Delta x).$$

Mais on a :

[VIII,5-16] $$\begin{cases} \Delta = \sqrt{k^2 + \beta^2} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 + \frac{\alpha^2}{c^2}} = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega^2}} \\ \frac{\omega}{c}\left(1 + \frac{\alpha^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}} \sim \frac{\omega}{c}\left(1 + \frac{\alpha^2}{2\omega^2}\right), \end{cases}$$

et de même :

$$\cos\left(\frac{\alpha x}{c}\right) \sim 1 - \frac{\alpha^2 x^2}{2c^2},$$

de sorte que la solution cherchée peut s'écrire :

[VIII,5-17] $$\varphi(x, t) = A_0\left[1 - \frac{\alpha^2}{2c^2}x^2\right].\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) - \frac{\alpha^2}{2c\omega^2}x\right].$$

Cette solution représente bien une solution propagée en $\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)$, donc de fréquence $n = \frac{\omega}{2\pi}$, mais dont l'*amplitude* et la *phase* présentent des *fluctuations aléatoires* provoquées par la composante α de la turbulence.

L'amplitude est *diminuée* par la turbulence; cette diminution est une fonction aléatoire de α^2 (α^2 restant compris entre 0 et son maximum), et elle croît en moyenne avec le carré x^2 de l'abscisse du front d'onde. La présence de c^2 en dénominateur la rend très petite.

La phase est *retardée* par la turbulence; ce retard est une fonction aléatoire de α^2, et il croît en moyenne avec x. La présence de c^2 en dénominateur le rend également très petit.

Remarque. — Il convient d'observer que, en cherchant des solutions de la forme $A(x).e^{i\omega t}$, l'équation qui définit $A(x)$ suppose que le temps a été *immobilisé* à un instant donné et durant un intervalle arbitrairement petit. Dans cette équation, on peut donc traiter α comme une *constante*. La quantité α ne reprend son caractère *aléatoire en fonction du temps* que lorsque l'on repasse à la solution générale $\varphi(x, t)$.

VIII,6 CONCLUSIONS RELATIVES A LA DEUXIÈME PARTIE

Dans les chapitres V, VI, VII et VIII qui précèdent, nous avons abouti aux résultats suivants :

1° l'étude des pavillons à profil invariable conduit à l'équation de Webster, et la séparation des variables à une équation de Sturm-Liouville en x. Utilisant un résultat et une suggestion de J. Favard, nous avons pris en considération les solutions dites *oscillatoires* de telles équations, et montré qu'on pouvait leur attacher des *ondes oscillatoires propagées* solutions de l'équation initiale de Webster. Il apparaît ainsi des conditions nécessaires et suffisantes pour que le caractère oscillatoire de la solution propagée ainsi généralisée cesse d'exister, et ces conditions se confondent avec celles qui

font apparaître une fréquence de coupure dans le cas de solutions sinusoïdales en x et en t. On a donc ainsi les conditions nécessaires et suffisantes d'existence d'une fréquence de coupure, tant au sens restreint qu'au sens généralisé. En fait, ces considérations conduisent à accorder le caractère d'*ondes*, propagées ou non, non plus simplement à celles qui sont fonctions *sinusoïdales* de x, mais aussi à celles qui sont des solutions *oscillatoires* en x, d'une équation de Sturm-Liouville :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + Q(x)\, y = 0,$$

les solutions sinusoïdales n'en étant qu'un cas particulier caractérisé par le fait que $Q(x)$ se réduit à une constante positive ω^2.

Partant de cette analyse, il a été facile de former des catégories étendues de pavillon, soit présentant une fréquence de coupure, soit n'en présentant jamais;

2° nous avons ensuite formé les équations de propagation, en u et en p, au sein de pavillons dont le profil *varie avec le temps*. Lorsque la section $S(x, t)$ du pavillon est à variables séparées, l'équation de propagation (à un changement de fonction près) peut se ramener à un type webstérien à deux dérivées partielles du premier ordre où l'on peut séparer les variables. La solution se présente alors sous la forme d'un produit de deux fonctions oscillatoires de Sturm-Liouville, l'une en x, et l'autre en t, produit auquel le résultat de J. Favard permet de donner la forme d'une solution *oscillatoire propagée généralisée à deux variables*. Deux fréquences de coupure généralisées apparaissent alors, l'une relative à chaque variable. La solution n'est *propagée* que si elle est oscillatoire simultanément par rapport à x et à t. Dans le cas du pavillon doublement exponentiel, les solutions oscillatoires en x et en t dégénèrent toutes les deux en solutions sinusoïdales. Signalons en outre que, si la solution est oscillatoire en x, la longueur d'onde varie à chaque période, et si la solution est oscillatoire en t, c'est la période qui varie à chaque longueur d'onde; dans le cas général, longueur d'onde et période varient simultanément à chaque oscillation propagée.

Subsidiairement, nous avons montré que, lorsque le profil du pavillon (ou du tuyau) varie avec le temps, il subsiste derrière le front d'onde qui s'avance un *résidu de pression qui ne se propage pas*, mais évolue en fonction du temps (en diminution ou en accroissement de p_0 suivant que le pavillon se dilate ou se contracte);

3° nous avons ensuite formé les équations de propagation au sein des pavillons en y introduisant une *absorption pariétale* (selon Lord Rayleigh) et une *absorption volumique* (selon Stokes). Nous n'avons pas cru devoir en tirer de longues conclusions car, d'une part, l'absorption volumique est extrêmement faible, et, d'autre part, l'analyse de Lord Rayleigh est impuissante à rendre compte des absorptions pariétales (parfois énormes et génératrices de mouvements tourbillonnaires du fluide intérieur);

4° nous avons enfin compliqué la propagation par une *diffusion turbulente* du fluide intérieur, et formé l'équation modifiée des ondes, déjà utilisée par Andreyev et Rusakov, puis par Tatarski. Après avoir montré comment l'équation de propagation au sein des pavillons s'en trouvait modifiée, nous avons retrouvé, par une analyse élémentaire, les principaux effets exercés sur les paramètres de la propagation.

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DES RÉPERCUSSIONS PHONATOIRES GLOTTIQUES DU PAVILLON PHARYNGO-BUCCAL

Chapitre IX

DONNÉES HISTORIQUES ET POSITION DE LA QUESTION

IX,1 DONNÉES HISTORIQUES

A. — La question d'une réaction éventuelle des cavités sus-glottiques sur le larynx, pendant la phonation, constitue un des problèmes les plus difficiles, mais aussi des plus intéressants, de la physiologie phonatoire.

Il tire son intérêt du fait qu'il se situe aux confins de deux disciplines : la physiologie et la physique, dont il réalise en fait une jonction très étroite.

Quant à la difficulté de son étude, elle tient à la difficulté inhérente à toute étude expérimentale du fonctionnement phonatoire du larynx, dont une solution convenable ne fut offerte que depuis 1957 par la glottographie électrique de Philippe Fabre.

Cependant, la question fut posée dès le début du XIX^e^ siècle, et la sagacité des chercheurs s'exerça sur elle bien avant qu'une expérimentation sérieuse put être tentée.

B. — Cuvier prend position sur la question dès 1807, dans ses *Leçons d'Anatomie Comparée*. Ayant observé que, chez les voix incultes, le larynx monte à mesure que la hauteur du son s'élève, il déclare que c'est la *longueur* du tube pharyngo-buccal *qui commande la hauteur* du son laryngien.

En 1840, Dequevauviller, dans un *Mémoire manuscrit conservé dans les Archives de l'Académie des Sciences*, reprend l'affirmation de Cuvier en l'assortissant d'une précision qui en tempère le caractère tranchant. Il estime que l'élévation du larynx en montant la gamme, — qu'il a lui-même observée chez les voix incultes —, ne pourrait suffire à commander la hauteur du son sur tout l'intervalle tonal qu'une voix peut parcourir. Il déclare alors que des mouvements de la langue et du voile du palais modifient la cavité pharyngo-buccale de façon à l'accorder à chaque instant, soit sur le fondamental, soit sur un harmonique, du son émis par le larynx. Le tube pharyngo-buccal commande encore la hauteur du son laryngien, mais par l'intermédiaire d'un *multiple de sa fréquence*, et bien entendu par un mécanisme qui n'est pas élucidé.

Si intéressantes que soient ces vues, la seule base expérimentale qui en est offerte est erronée : en montant une gamme, le larynx peut aussi bien être immobile que s'élever, et il peut même descendre. Ce dernier fait s'observe couramment chez de nombreux chanteurs professionnels. Et un même sujet, gravissant une gamme donnée, peut s'exercer, soit à élever, soit à abaisser graduellement son larynx.

C. — Dès ses premières publications sur la voix, en 1857, Helmholtz balaye d'un trait de plume l'avis émis un demi-siècle auparavant par Cuvier. Pour lui, le tube pharyngo-buccal est *trop court*, écrit-il, et *trop mou* (il faut lire *trop amorti*), pour exercer une *réaction quelconque* sur le son émis par le larynx (larynx qu'il assimile à un système d'anches).

Cette condamnation sans appel, émanant d'un homme illustre dont l'autorité était aussi grande en acoustique qu'en physiologie sensorielle, fit que la question d'une réaction éventuelle du tube pharyngo-buccal sur le larynx ne fut plus réabordée durant soixante-quinze années.

D. — C'est seulement en 1932 qu'un jeune médecin viennois, D. Weiss, invoqua à nouveau une réaction du tube pharyngo-buccal sur le larynx pour expliquer les *registres* de la voix humaine. Pratiquant lui-même le chant (il possède une voix de ténor aigu), il connaissait l'existence de ces phénomènes vocaux. Il eut l'idée de rapprocher ces manifestations phonatoires des phénomènes étudiés expérimentalement par Vogel et Wien en 1920 et concernant la réaction exercée par un tuyau sur un vibrateur qui lui est associé et qui produit un son de fréquence croissant de façon continue. On sait que, sur certaines fréquences, la réaction exercée est sensible, et Wien, en 1897, en avait trouvé la justification en développant la théorie de deux vibrateurs *couplés*. (Analytiquement, le problème revient à l'étude de deux équations différentielles du second ordre à coefficients constants et couplées, avec ou sans second membre sinusoïdal.) Ainsi donc, par D. Weiss, la réaction du tube pharyngo-buccal était invoquée à nouveau, et constituait même la genèse des *changements de registre* de la voix humaine.

Il convient de dire que les phénomènes physiques étudiés par Vogel et par Wien, et invoqués par D. Weiss, sont parfaitement réels et mieux connus de nos jours. Y. Rocard en a donné une mise en équation satisfaisante dès 1941 dans sa *Théorie des Oscillateurs* (p. 177, anche couplée à un tuyau), et L. Auger, dans sa thèse (Fac. Sciences, Paris, 17 juin 1943), en a poussé l'étude théorique et expérimentale.

Le curieux rapprochement fait par D. Weiss entre les changements de registre, d'une part, et la réaction d'un tuyau sur son anche excitatrice, d'autre part, ne saurait cependant être retenu : on sait en effet, depuis 1954, que les registres de la voix ont une genèse neurologique pure, et correspondent aux *paliers de polyphasage* de la conduction récurrentielle, conséquences de la *période réfractaire* des axones de ce nerf. Si donc une réaction du « résonateur pharyngo-buccal » sur le larynx existe, — et les travaux de Wien et de Vogel en laissaient entrevoir la *possibilité* —, cette réaction doit donner naissance à des répercussions laryngées entièrement distinctes des passages et des changements de registres de la voix.

E. — C'est à peu près à la même époque, vers 1933, que nous avons mis en évidence expérimentalement, et observé par la laryngostroboscopie, des phénomènes laryngés qu'il était impossible de rapporter à autre chose qu'à une réaction des états vibratoires pharyngo-buccaux sur le fonctionnement du larynx. Nous décrirons plus loin ces phénomènes (chap. X), reproductibles et observables à volonté.

Dès cette date, une réaction des phénomènes pharyngo-buccaux sur le fonctionnement du larynx était certaine : elle ne modifiait nullement la hauteur du son laryngien, mais, en provoquant une modification des ouvertures glottiques à chaque période, elle

se répercutait sur la fourniture laryngée, c'est-à-dire sur le *timbre du son glottique initial.*

Cette réaction possède la nature d'une *impédance ramenée,* comme nous le montrerons plus loin (chap. XI et XII), mais cette notion était trop peu répandue à l'époque pour que nous ayons pu l'invoquer. Il est cependant remarquable qu'elle soit d'une genèse purement *acoustique,* constituant ainsi l'exemple d'un *phénomène physique pur* provoquant directement la modulation permanente d'un fonctionnement purement neuro-musculaire.

F. — L'année 1951 devait nous apporter la connaissance de répercussions d'une toute autre nature, toujours dans le sens d'une réaction des phénomènes pharyngo-buccaux sur le fonctionnement phonatoire du larynx.

Étudiant la genèse et les répercussions multiples des *sensibilités internes* éveillées par la phonation chez les chanteurs, nous avons pu montrer expérimentalement que, pendant l'émission de toute voyelle tenue, la pression acoustique intra-pharyngo-buccale stimule (fortement) les terminaisons libres du trijumeau inclues dans la muqueuse de ces cavités, surtout au niveau du *palais dur.* Les efférences sensitives qui en sont issues viennent *charger* la formation réticulée activatrice du tronc cérébral, ce qui provoque une élévation sensible (et observable) du *tonus d'accolement* du sphincter glottique. En conséquence, le son glottique voit son timbre se modifier par un allongement des fournitures vers l'aigu.

Ces phénomènes ont été étudiés expérimentalement par nous de 1951 à 1956, et, grâce aux leçons professées à la Sorbonne par A. Soulairac sur les mécanismes neurologiques mis en action par les sensibilités internes en général, nous avons pu en comprendre le mécanisme physiologique. Par la suite, A. Soulairac lui-même en dressait une synthèse très générale, réintégrant ceux-ci dans le cadre des *somatognosies* sur la base de la création d'un *schéma corporel vocal.*

C. — L'année 1957 apporta à ces recherches les vastes possibilités offertes par la glottographie électrique de Ph. Fabre (1re partie, § I,6). Les répercussions glottiques de ces deux origines purent être étudiées avec soin et dans leur détail. Nous en résumons les résultats au chapitre X qui suit.

L'expérience montre que, quelle que soit sa nature et son origine, toute répercussion exercée par les phénomènes intra-pharyngo-buccaux sur le larynx se manifeste par une modification des *ouvertures glottiques phonatoires* à chaque période, c'est-à-dire par une modification *du décours en fonction du temps des ouvertures et des accolements glottiques.*

C'est l'étude théorique et expérimentale de cette modification qui constitue en propre l'objet de cette troisième partie de notre travail.

IX,2 POSITION DE LA QUESTION

Ainsi donc, il est expérimentalement acquis que, pendant la phonation, les cavités sus-glottiques, traversées par la fourniture de pressions issue du larynx, *réagissent* sur le fonctionnement de la source sonore laryngée.

Cette réaction ne saurait altérer la hauteur du son émis, puisque la fréquence des ouvertures glottiques est fixée par un *mécanisme neurologique* indépendant des phénomènes intra-pharyngo-buccaux.

Mais cette réaction modifie de façon *considérable* le décours des ouvertures glottiques, c'est-à-dire le timbre du son glottique initial, et ceci *à chaque instant.*

En fait, cette réaction a un caractère si permanent que l'on est contraint de dire qu'une théorie de la sirène laryngée *en soi* serait dépourvue d'intérêt phonatoire. *Le fonctionnement de la sirène laryngée dépend étroitement, à chaque instant, de la configuration des cavités sus-glottiques qui lui font suite, et, comme nous le verrons également, de l'impédance acoustique du milieu pré-buccal.*

Le chapitre X qui suit résumera les études expérimentales entreprises et les résultats enregistrés.

Le chapitre XI (et dernier) développera, sur des systèmes acoustiques simples, l'étude théorique des répercussions glottiques qui empruntent la voie d'une impédance ramenée sur le larynx.

Chapitre X

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES RÉPERCUSSIONS GLOTTIQUES NEURORÉFLECTIVES DES ÉTATS VIBRATOIRES PHARYNGO-BUCCAUX ET DES RÉPERCUSSIONS GLOTTIQUES DE L'IMPÉDANCE RAMENÉE

X,1 MÉTHODES EXPÉRIMENTALES AYANT PERMIS L'OBSERVATION ET L'ÉTUDE DES MODIFICATIONS DU FONCTIONNEMENT PHONATOIRE GLOTTIQUE

A. — Quatre méthodes nous ont permis, soit d'observer, soit d'étudier, les modifications éprouvées par le fonctionnement phonatoire glottique sous l'action de répercussions exercées par les phénomènes sus-glottiques concomitants :

a) la laryngostroboscopie, dès 1932;

b) la tomographie laryngée frontale, dès 1952;

c) la glottographie électrique de Ph. Fabre, dès 1958;

d) l'analyse spectrale de la voix (subsidiairement), dès 1961.

B. — Seule méthode d'examen du larynx connue en 1932, la *laryngostroboscopie* a été utilisée par nous dès 1932 pour l'observation des répercussions laryngées exercées par les phénomènes intra-pharyngo-buccaux pendant la phonation.

Cette méthode présente des inconvénients manifestes :

a) elle ne permet l'observation des cordes vocales que sur les voyelles *È* (ouvert) et *É* (fermé), et sur certains intervalles de fréquence du milieu de chaque registre;

b) elle exige souvent la cocaïnisation de la luette et de la région des piliers, touchés par le miroir de Garcia;

c) elle exige la protraction vigoureuse de la langue hors de la bouche.

En raison de ce dernier inconvient, elle ne permet que la vue (difficile) d'un comportement glottique fortement altéré.

Les modifications qu'elle révèle ne sont observables que si elles sont *très marquées*.

Cependant, c'est historiquement par ce procédé que fut mise en évidence pour la première fois, en 1932, l'existence d'une réaction sur le larynx attribuable aux états vibratoires sus-glottiques (voir plus loin § X,3).

C. — Dès 1951, nous avons pu étudier les accolements des cordes vocales *en profondeur verticale* grâce à la *tomographie laryngée frontale*. Les clichés utilisés furent pris par le Dr Albert Djian, spécialiste renommé de l'exploration radiologique et tomographique, entre 1951 et 1957, sur des artistes lyriques.

Cette méthode est cependant grossière, et il a fallu, pour le Dr A. Djian, opérer dans des conditions méthodologiques rigoureusement précisées, et avec un soin particulier, pour obtenir des *clichés comparables*.

C'est cependant avec cette méthode que, dès 1952, nous pouvions observer que, sur un même sujet émettant la même fréquence avec la même intensité, le changement de la *voyelle émise* (ou même simplement du *timbre* d'une voyelle donnée) s'accompagnait toujours de modifications profondes dans l'image tomographique des deux cordes vocales accolées. Ces modifications portaient :

a) sur leur épaisseur;

b) sur la profondeur verticale de leur accolement;

c) sur le profil de leurs parties venant en contact;

d) sur la fermeté de leur accolement.

Comme, d'une voyelle à l'autre, ne variait que la configuration des cavités sus-glottiques, ces images donnaient la preuve que *l'impédance ramenée sur le larynx était assez forte pour déterminer une accommodation sensible des comportements glottiques, et qu'elle était assez différente d'une voyelle à l'autre pour donner naissance à comportements glottiques différenciables par l'image tomographique* (malgré les insuffisances de la méthode).

D. — La glottographie électrique du professeur Ph. Fabre fut utilisée par nous dès 1958, avec un appareil construit et offert par son inventeur. Nous en avons parlé au paragraphe I,6.

La modification du glottogramme révèle que toute modification de l'impédance ramenée sur le larynx, de quelle origine qu'elle soit, se répercute avec une extrême sensibilité sur le décours en fonction du temps de la surface des ouvertures glottiques.

En ne modifiant que la voyelle émise (et toutes choses égales par ailleurs), le glottogramme se modifie sensiblement, ce qui corrobore l'observation faite sur des clichés tomographiques et que nous signalions quinze lignes plus haut.

Cette méthode, d'un intérêt exceptionnel, fait connaître la surface $S(t)$ des ouvertures glottiques en fonction du temps *et en fonction de l'impédance ramenée à chaque instant par le pavillon sus-glottique sur le larynx*, et va nous permettre dans une certaine mesure de préciser cette dernière dépendance (chap. XI et XII).

E. — Signalons enfin que, dans certains cas, une forte modification de l'impédance ramenée sur le larynx provoquait une modification du *timbre* de la voyelle émise perceptible *auditivement*, et que, dès 1961, nous avons pu objectiver par une analyse spectrale au *spectromètre de fréquences* (appareil du type AF-12 système Pimonow, n° 103).

Nous n'insisterons pas sur cette méthode, qui ne renseigne que de façon indirecte sur l'appropriation du comportement phonatoire glottique.

X,2 MÉTHODES EXPÉRIMENTALES AYANT PERMIS DE FAIRE VARIER LES STIMULATIONS NEUROREFLECTIVES EXERCÉES PAR LES ÉTATS VIBRATOIRES PHARYNGO-BUCCAUX. RÉSULTATS OBSERVÉS

A. — Les méthodes expérimentales employées pour faire varier les *sensibilités internes* éveillées pendant la phonation à l'intérieur de la cavité pharyngo-buccale furent les suivantes :

1° la *stimulation électrique* (Laboratoire de Physiologie de la Sorbonne, 1952). Deux électrodes, distantes d'un centimètre, étaient maintenues à l'aide de stents au contact de la muqueuse buccale en différents points choisis. Ou faisait éclater une étincelle entre elles à l'aide d'une bobine de Rumkorf. On observait la glotte du sujet au laryngostroboscope pendant qu'il émettait un son tenu, et, lorsque la vue du larynx était satisfaisante, un aide faisait éclater l'étincelle;

2° la *cocaïnisation* de plages choisies de la muqueuse intra-buccale et intra-pharyngée (effectuée par le Dr Ed. Garde en 1952). La glotte du sujet était observée au laryngostroboscope avant et après la cocaïnisation, dans des conditions d'émission aussi identiques que possible;

3° le *refroidissement au chlorure d'éthyle* de plages intra-buccales choisies. (Dr Ester Sebastiani-Tetti, Turin, 1957). Pendant l'émission d'un son tenu et sous vision laryngostroboscopique, le refroidissement était pratiqué par jet de chlorure d'éthyle au moment jugé opportun par l'observateur.

B. — Les résultats constamment observés au niveau de la glotte sont les suivants :

a) la stimulation électrique de la muqueuse buccale en un point fortement latéralisé (à droite ou à gauche) provoque immédiatement le *raidissement* de la corde vocale homolatérale. Ses excursions latérales diminuent d'amplitude;

b) les expériences de cocaïnisation et de refroidissement, en des points fortement latéralisés (à droite ou à gauche), provoquent immédiatement une *diminution de la raideur* de la corde vocale homolatérale, avec accroissement de l'amplitude de ses excursions latérales;

c) si l'expérience, soit de stimulation, soit de cocaïnisation ou de refroidissement, même fortement latéralisée, est poursuivie assez longtemps, la répercussion glottique observée, d'abord homolatérale, finit par gagner également la corde vocale opposée.

C. — Nous en conclurons que les sensibilités internes intra-pharyngo-buccales, éveillées pendant la phonation, gagnent la *formation réticulée bulbaire* par les voies sensitives correspondantes et leurs collatérales (Moruzzi et Magoun) et élèvent le tonus nerveux de cette formation. Ce phénomène élève à son tour, par voie récurrentielle, le tonus de la musculature du sphincter glottique, ce qui provoque les modifications observées du comportement phonatoire glottique.

Phénomènes inverses lorsqu'un contingent d'afférences stimulatrices est supprimé par cocaïnisation ou refroidissement.

X,3 MÉTHODES EXPÉRIMENTALES AYANT PERMIS DE FAIRE VARIER L'IMPÉDANCE RAMENÉE SUR LE LARYNX. RÉSULTATS OBSERVÉS

A. — Nous avons fait varier l'impédance ramenée sur le larynx, pendant la phonation, par les procédés suivants :

1° en modifiant la *réverbération du local* (grand rideau déployé, baie vitrée ouverte). Observation auditive des répercussions sur le timbre de la voix (premières expériences de 1951). Plus tard (1962), analyse spectrale des sons émis avant et après;

2° en plaçant le sujet à une *distance variable* d'un mur ou d'un écran rigide de face. Observation concomitante des glottogrammes fournis par le sujet par la glottographie électrique de Ph. Fabre (Laboratoire de Physiologie de la Sorbonne, 1959 et 1960);

3° en plaçant devant le sujet, à une distance invariable, un écran rigide percé d'un *trou circulaire de diamètre variable*. Observation concomitante des glottogrammes fournis par le sujet comme au 2° ci-dessus;

4° en demandant au sujet (chanteur exercé) d'émettre une voyelle donnée avec une intensité constante et sur une fréquence invariable, mais en réalisant des *ouvertures bucco-labiales de plus en plus petites*. Durant ces expériences (1957), des clichés furent pris par le Dr A. Djian en tomographie laryngée frontale; reprises en 1959 sur le même sujet et dans des conditions identiques, le comportement phonatoire laryngé fut étudié à la glottographie électrique.

Ces expériences donnèrent des résultats fort intéressants : ce sont les seules grâce auxquelles on peut relier les affrontements glottiques aux tonus d'accolement et au décours des ouvertures en fonction du temps (*fig.* 38).

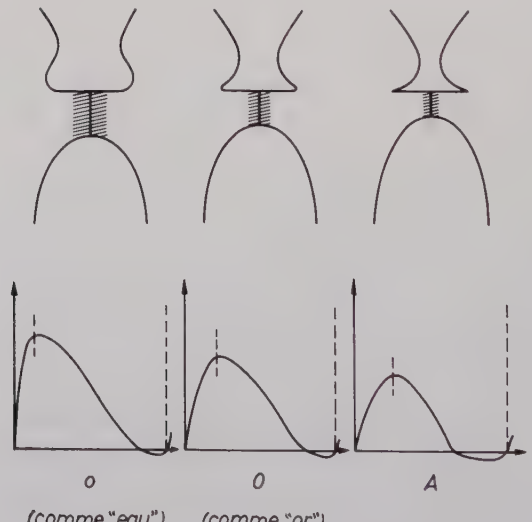


Fig. 38.

B. — Les résultats observés sont les suivants :

a) lorsque la configuration de la cavité pharyngo-buccale demeure invariable, c'est-à-dire lorsque la voyelle émise reste la même (et ne modifie pas son timbre), on

constate que, lorsque l'*impédance ramenée par le rayonnement croît*, le glottogramme se modifie de façon *immuable et relativement simple*, donnée par la *figure* 24 comparée à la *figure* 23. On observe :

1° un raccourcissement de la durée de la phase d'écartement des cordes vocales;

2° un allongement marqué de la durée de la phase de rapprochement;

3° une diminution sensible de la durée de la phase de contact;

4° un accroissement de l'amplitude de leurs excursions latérales.

Tout se passe donc comme si la *raideur* des cordes vocales avait diminué;

b) les modifications du glottogramme qui se manifestent sont *beaucoup plus nuancées* lorsque l'impédance ramenée sur le larynx a crû par suite d'un changement de la voyelle émise ou de son timbre.

Ce changement a été obtenu : soit en passant d'une voyelle ouverte à une voyelle de plus en plus fermée (A changé en O, puis en « eau », puis en « ou »); soit en réalisant une résonance buccale plus marquée (ce qui modifie le timbre du son émis); soit en refermant la bouche au cours de l'émission de la voyelle comme cela se produit pour articuler une consonne qui suit.

Dans de telles conditions, on observe deux choses :

1° d'abord le glottogramme subit les *modifications morphologiques générales* que nous venons d'énumérer ci-dessus;

2° ensuite, il se superpose à ces modifications morphologiques générales des modifications *beaucoup plus fines et beaucoup plus nuancées.*

Ces modifications secondaires plus nuancées du glottogramme traduisent une *modification des dérivées premières* du glottogramme en chaque point. Les pentes du glottogramme subissent des variations, et notamment des changements *un peu plus brusques* en certains points. Tout se passe comme si le glottogramme *tendait à présenter*, non plus une seule « bosse », mais deux « bosses », sans que la seconde « bosse » parvienne à apparaître comme telle. De plus, l'écartement entre la première « bosse » (la vraie) et la seconde « bosse » (qui ne fait que s'amorcer) varie avec les voyelles : faible pour les voyelles ouvertes A et O, il croît pour les voyelles fermées postérieures (eu, u, o, ou), et plus encore pour les voyelles fermées antérieures (é et i). La *figure* 39 en offre un exemple

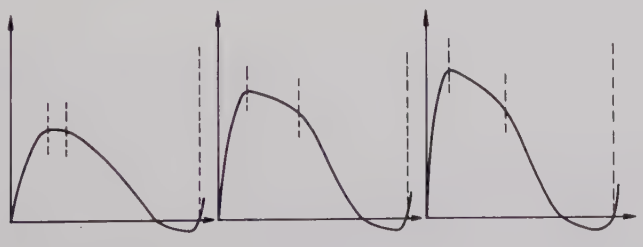


Fig. 39.

typique en montrant comment le glottogramme se modifie, — toutes choses rigoureusement égales d'ailleurs —, en faisant évoluer la voyelle émise d'un O (ouvert), d'abord vers un é (fermé), puis vers un i un peu strident.

Ces déformations nuancées du glottogramme, traduisant une modification des dérivées premières, mettent en évidence *une appropriation très sensible et très nuancée du comportement glottique aux impédances ramenées dépendant du profil du pavillon.*

C. — En conclusion, l'*impédance ramenée sur le larynx*, pendant la phonation, et quelle que soit son origine, est un facteur modificateur important du comportement glottique. Elle est même plus qu'un facteur modificateur, elle en est un *facteur constitutif.*

Le *système de forces* auquel est soumis le sphincter glottique, pendant la phonation, et qui commande le décours en fonction du temps des ouvertures glottiques, contient cette impédance ramenée au titre de facteur constitutif.

Cette impédance ramenée est une fonction compliquée, à la fois du *profil* du pavillon et de l'*impédance* Z_λ *du milieu extérieur.*

Les modifications de Z_λ provoquent des modifications du glottogramme relativement simples et toujours les mêmes (§ X, 3, B, *a*).

Par contre, les modifications de l'impédance ramenée provenant d'un *changement du profil* du pavillon provoquent des modifications du glottogramme beaucoup plus variées et nuancées (§ X,3, B, *b*). On pressent que le comportement phonatoire de la sirène glottique, c'est-à-dire la *fourniture de pressions* qui en est issue, doit varier de façon complexe *en fonction des conditions de propagation offerts par le pavillon.*

Telles sont les constatations tirées de l'expérience, et dont l'étude théorique qui suit devra s'efforcer de rendre compte.

Chapitre XI

THÉORIE DES RÉPERCUSSIONS GLOTTIQUES DE L'IMPÉDANCE RAMENÉE PAR LE PAVILLON PHARYNGO-BUCCAL

XI,1 CAS DES INTENSITÉS FAIBLES. MISE EN ÉQUATION D'UNE SIRÈNE GLOTTIQUE SURMONTÉE D'UN TUYAU DÉBOUCHANT SUR UNE IMPÉDANCE ACOUSTIQUE NON NULLE

A. — Bornons-nous pour l'instant au cas des faibles intensités. Nous pourrons alors admettre que la surface glottique S(t) n'est jamais nulle, et de plus nous pourrons négliger u_0 dans les équations définissant l'écoulement.

Comme il importe peu que l'impédance ramenée sur le larynx le soit par un tuyau ou un pavillon de forme quelconque, nous simplifierons le système d'équations à étudier en la supposant ramenée par un tuyau de section Σ débouchant dans l'atmosphère, d'impédance Z_A non nulle (ici de rayonnement) (*fig.* 40).

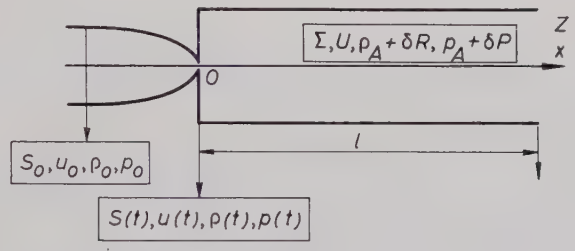


Fig. 40.

En un point d'abscisse x du tuyau, la vitesse U et la pression acoustique δP sont données par les relations connues.

[XI,1-1]
$$\begin{cases} U = F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right) \\ \delta P = \rho_A c \left[F\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t + \frac{x}{c}\right) \right] \end{cases}$$

L'impédance en un point du tuyau d'abscisse x a pour valeur :

[XI,1-2]
$$Z_x = \frac{\rho_A c}{\Sigma} \cdot \frac{F\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t + \frac{x}{c}\right)}{F\left(t - \frac{x}{c}\right) + f\left(t + \frac{x}{c}\right)},$$

et, en écrivant qu'elle est égale à Z_A pour : $x = l$, on détermine f en fonction de F, ce qui donne en supprimant l'indice A :

[XI,1-3]
$$f\left(t + \frac{x}{c}\right) = F\left(t - \frac{2l - x}{c}\right) \left[\begin{array}{c} 1 - \dfrac{Z\,\Sigma}{\rho\, c} \\ 1 + \dfrac{Z\,\Sigma}{\rho\, c} \end{array}\right]$$
$$= F\left(t - \frac{2l - x}{c}\right) \cdot R$$

Au niveau du larynx, on a : $x = 0$, et par conséquent les variables U et δP y sont données par les relations :

[XI,1-4]
$$\begin{cases} U_0 = F(t) + F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right) R, \\ \delta P_0 = \rho_A\, c \left[F(t) - F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right) R \right]. \end{cases}$$

B. — Par ailleurs, à la sortie de la glotte, la vitesse u et la pression p sont solutions du système (II,2-1) que nous écrirons comme suit, en laissant à p et ρ leurs valeurs générales :

[XI,1-5]
$$\begin{cases} u^2 - u_0^2 = a\left[1 - \left(\dfrac{p}{p_0}\right)^{\varepsilon}\right], \\ \rho\, u S(t) = \rho_0\, u_0\, S_0, \\ \dfrac{\rho^\gamma}{p} = \dfrac{\rho_0^\gamma}{p_0} = b, \end{cases}$$

où l'on a posé :

$$\varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \qquad \text{et} \qquad a = \frac{2c^2}{\gamma - 1}.$$

C. — Il convient maintenant de relier les grandeurs u et p à la sortie du larynx, et provenant de son *régime hydrodynamique*, aux grandeurs correspondantes régnant à la base du tuyau, U_0 et δP_0, et provenant de son *régime acoustique*.

On a évidemment :

[XI,1-6]
$$p_1(t) = p_A + \delta P_0,$$

où P_0 est la pression moyenne qui règne dans le tuyau, voisine de la pression atmosphérique p_A.

Pour relier u à U, nous écrirons une relation de continuité (ou de conservation de la masse), qui donne :

$$\rho_1 . u_1 . S_1(t) = U_0\, \Sigma\, (\rho_A + \delta R_0),$$

d'où :

[XI,1-7]
$$u_1 . S_1(t) = U_0 . \Sigma \cdot \frac{\rho_A + \delta R_0}{\rho_1} = U_0\, \Sigma \left(\frac{p_A + \delta P_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - U_0\, \Sigma.$$

Nous prendrons pour u_1 la valeur donnée par l'équation [II,3-2], indépendante de u_0, ce qui donne la relation :

[XI,1-8]
$$\frac{A S_1(t)}{\sqrt{1 - B^2 \dfrac{S_1(t)^2}{S_0^2}}} = U_0\, \Sigma.$$

où A et B ont été définies au paragraphe II,3.

XI,2 RELATION ENTRE LA VITESSE ACOUSTIQUE DANS LE TUYAU ET LA SURFACE D'OUVERTURE DE LA GLOTTE

A. — La relation approchée [XI,1-8], explicitée, s'écrit :

[XI,2-1] $$U_0 = \frac{1}{\Sigma}\sqrt{\frac{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)}\cdot\frac{p_0}{\rho_0}\left[1-\left(\frac{p_A+\delta P}{p_0}\right)^{\varepsilon}\right]}{\frac{1}{S^2(t)}-\left(\frac{(p_A+\delta P)}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\frac{1}{S_0^2}}},$$

et nous y négligerons, pour simplifier, la grandeur δP (variable) devant p_A, de sorte que la relation s'écrira :

[XI,2-2] $$\frac{A}{\Sigma\sqrt{\frac{1}{S^2}-B^2\frac{1}{S_0^2}}} \simeq F(t) + F\left(t-\frac{2l}{c}\right)R,$$

qui relie à chaque instant la surface d'ouverture glottique $S(t)$, le profil d'onde $F(t)$ et l'impédance terminale Z_A (incluse dans R).

B. — Si le tuyau se ferme sur son impédance itérative, on a $R = 0$, et la relation approchée donne le profil de l'onde progressive liée dans de telles conditions à la sirène glottique :

[XI,2-3] $$F(t) \simeq \frac{A}{\Sigma\sqrt{\frac{1}{S^2}-B^2\frac{1}{S_0^2}}}.$$

XI,3 RELATION ENTRE LA SURFACE DE L'OUVERTURE GLOTTIQUE ET L'IMPÉDANCE RAMENÉE AU NIVEAU DU LARYNX

A — L'impédance ramenée Z_0 au niveau du larynx s'obtient en faisant $x = 0$ dans la relation [XI,1-2], ce qui donne :

[XI,3-1] $$Z_0 = \frac{\rho_A c}{\Sigma}\cdot\frac{F(t) - F\left(t-\frac{2l}{c}\right)R}{F(t) + F\left(t-\frac{2l}{c}\right)R} = \frac{\delta P_0}{\Sigma U_0},$$

[XI,3-2] $$Z_0 = \frac{p_1(t) - p_A}{S_1(t)\,.\,u_1(t)},$$

et cherchons à en tirer dans quels sens respectifs varient $S_1(t)$ et Z_0 lorsqu'ils varient simultanément.

B. — Supposons Z_0 croissante. Alors δP_0 croît. C'est donc que $p_1(t)$ croît. Mais nous savons que, *à la sortie* d'une tuyère convergente dont la section *varie avec le temps*, $p_1(t)$ et $u_1(t)$, ainsi que $S_1(t)$, *varient dans le même sens* (III.9). Donc $S_1(t)$ croît lorsque Z_0 croît.

Ainsi donc, *lorsque croît l'impédance ramenée* Z_0 *sur le larynx, la surface de l'ouverture glottique* $S_1(t)$ *tend à croître.*

C'est là un résultat que toutes nos observations expérimentales ont mises en évidence.

Résultat inverse lorsque Z_0 décroît : la surface glottique $S_1(t)$ tend à diminuer.

C. — Il convient d'observer que ces conclusions ne sont valables que tant que la tuyère glottique est *convergente*, c'est-à-dire que tant que la pression amont p_0 reste faible (ainsi que l'intensité de la voix).

Si l'intensité de la voix est très élevée, nous avons vu que la tuyère glottique devenait *divergente* dans sa partie terminale; et dès lors, lorsque les deux cordes vocales se rapprochent, la vitesse de fuite $u_1(t)$ croît rapidement pendant la phase de rapprochement des cordes vocales.

Dans de telles conditions, il est facile de voir que les conclusions sont inversées. Si Z_0 croît, δP_0 croît, et $u_1(t)$ croît aussi. Dès lors $S_1(t)$ décroît très vite.

Effectivement, dans les grandes intensités phonatoires, la fente glottique reste toujours *ultra-fine*, et l'impédance ramenée n'a *plus aucun effet visible* sur elle.

Par contre, l'accroissement de la surface glottique, lorsque croît l'impédance ramenée, s'observe d'autant mieux que le sujet émet des sons de plus en plus pianissimo.

XI,4 SUR LES CONDITIONS DE LA RÉSONANCE DANS LE TUYAU ET LES VARIATIONS DE LA SURFACE DE L'OUVERTURE GLOTTIQUE AU VOISINAGE DE LA RÉSONANCE

A. — Si, dans le montage évoqué (tuyau de longueur l surplombant le larynx et débouchant dans l'atmosphère), on suppose que le tuyau admet à son entrée laryngée une impédance infinie et à sa sortie buccale une impédance nulle, on sait que la condition de la résonance est que l'impédance *ramenée* soit nulle :

$$Z_0 = 0,$$

et dès lors la longueur l du tuyau est de la forme : $(2k - 1)\frac{\lambda}{4}$, soit :

$$\frac{\lambda}{4}, \quad \frac{3\lambda}{4}, \quad \frac{5\lambda}{4}, \quad \text{etc.}$$

B. — En fait, les conditions sont ici un peu différentes. L'impédance Z_l de sortie n'est pas *nulle*, et Lord Rayleigh en a donné une évaluation dans des hypothèses de sortie particulières. On sait que, pour des sons aigus, elle se rapproche de l'impédance itérative du tuyau prolongé $Z_i = \frac{\rho_A c}{\Sigma}$. Elle est cependant *faible*. Nous la désignerons par Z_A.

Au niveau du larynx, l'impédance du tuyau n'est pas infinie, puisque la glotte demeure ouverte durant tout ou partie de la période glottique : elle est Z_L, certainement beaucoup plus élevée que Z_A.

Il y aura alors *résonance* lorsque l'impédance ramenée sur le larynx, Z_0 (c'est-à-dire Z_A ramenée sur le larynx), annulera Z_L, ou sinon sera très voisine de Z_L, donc sera *très élevée*.

Or, on sait que l'on a en général :

$$[\text{XI,4-1}] \qquad Z_0 = Z_i \frac{\dfrac{F(t) - F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right)}{F(t) + F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right)} + Z_A}{\dfrac{Z_A}{Z_i} \dfrac{F(t) - F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right)}{F(t) + F\left(t - \dfrac{2l}{c}\right)} + Z_i}.$$

Mais le rapport qui figure à la fois au numérateur et au dénominateur n'est pas autre chose, au facteur $\frac{\rho_A c}{\Sigma}$ près, que l'impédance ramenée lorsque l'impédance extérieure est nulle, soit $[Z_0]_0$. Il vient alors, en posant : $\frac{Z_0}{Z_i} = z_0$; $\frac{[Z_0]_0}{Z_i} = [z_0]_0$ et $\frac{Z_A}{Z_i} = z_A$:

$$[\text{XI,4-2}] \qquad z_0 = \frac{[z_0]_0 + z_A}{z_A [z_0] + 1},$$

et on vérifie de suite que z_0 est une fonction toujours croissante de $[z_0]_0$.

Ainsi donc, l'impédance ramenée sur le larynx croît chaque fois que l'impédance du milieu extérieur croît, et elle est maximale lorsque : $Z_A = Z_i = Z_0$.

Dès lors on pourra avoir des résonances dans le tuyau si Z_L, impédance acoustique au niveau du larynx, est inférieure à Z_i, ce qui paraît être en général le cas. On fera alors naître les conditions de la résonance, — ou sinon on s'en rapprochera —, en faisant croître l'impédance ramenée Z_0. Dès lors la surface des ouvertures glottiques croîtra en conséquence.

XI,5 MISE EN ÉQUATION DU FONCTIONNEMENT D'UN RÉSONATEUR DE HELMOLTZ RELANCÉ PAR UNE SIRÈNE LARYNGÉE

A. — Couplons une sirène laryngée, débitant à faible intensité, avec un résonateur de Helmholtz, c'est-à-dire *monocavitaire* et *de dimensions petites* vis-à-vis de la longueur d'onde excitatrice, s'ouvrant sur l'air extérieur par un col (ou tube court) de longueur l et de section s. Soit V le volume du résonateur (*fig.* 41).

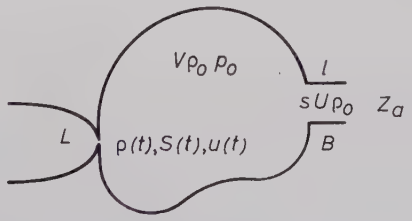


Fig. 41.

B. — En L (larynx), la glotte débite par seconde la masse d'air $\int \rho S u \, dt$, et la masse enfermée dans le résonateur (col exclu) devient :

$$[\text{XI,5-1}] \qquad M = V\rho + \int \rho S u \, dt,$$

tandis que sa pression p se trouve accrue de :

[XI,5-2] $$\delta p = \frac{c^2}{V} \int \rho \, Su \, dt,$$

et tandis que la pression p_0 dans le résonateur est devenue :

[XI,5-3] $$P_0 = p_0 + \frac{c^2}{V} \int \rho \, Su \, dt.$$

Au goulot de sortie, le tampon d'air intérieur au goulot a pour masse $\rho_0 sl$, et il oppose à son mouvement une force d'inertie : $\rho_0 sl \frac{dU}{dt}$ (où U est sa vitesse), qui équilibre une certaine pression $\rho_0 l \frac{dU}{dt}$, différence entre l'excès de pression intérieure sur la pression extérieure $p_A (= p_0)$. Cet excès de pression intérieure δP provient des masses d'air débitées par le larynx *et par le goulot*, et on a ainsi :

[XI,5-4] $$\delta P = \frac{c^2}{V} \int \rho \, Su \, dt + s \, \rho_0 \frac{c^2}{V} \int U \, dt.$$

L'équation d'équilibre de la masse d'air incluse dans le goulot s'écrit :

[XI,5-5] $$\frac{d^2U}{dt^2} + \frac{c^2 s}{l V} U = - \frac{c^2}{\rho_0 Vl} [\rho \, Su],$$

où le second membre est visiblement une fonction périodique du temps dont la période T est celle des ouvertures laryngées S(t).

C. — Mais le goulot labial s'ouvre sur une impédance extérieure Z_A dont nous n'avons pas encore tenu compte. Elle correspond à une « pression » supplémentaire

[XI,5-6] $$P_A = s \, U . Z_A,$$

de sorte que la force d'inertie de la masse d'air du goulot, soit $\rho_0 l \frac{dU}{dt}$, doit équilibrer en réalité la différence entre la pression intérieure π et sUZ_A. On a ainsi l'équation :

$$\rho_0 l \frac{dU}{dt} = \pi - Z_A sU,$$

et l'équation d'équilibre [5] devient $\left(\text{en posant : } \omega_1^2 = \frac{c^2}{V} - \frac{s}{l} \right)$:

[XI,5-7] $$\frac{d^2U}{dt^2} + Z_A \frac{s}{\rho_0 l} \frac{dU}{dt} + \omega_1^2 U = - \frac{c^2}{\rho_0 lV} [\rho \, Su].$$

Elle définit une fonction périodique de période T (période du fonctionnement du larynx) mais dont le décours est fortement modulé, durant chaque période T, en fonction de la période (plus petite) du résonateur.

L'étude de la solution de cette équation va nous permettre d'élucider élémentairement le problème de la réaction du résonateur sur la sirène laryngée excitatrice.

XI,6 RÉACTION DU RÉSONATEUR SUR LE DÉBIT LARYNGÉ ET SUR LA MORPHOLOGIE DU GLOTTOGRAMME

A. — Dans l'équation qui définit U [XI,5-7], posons :

[XI,6-1]
$$\begin{cases} Z_A \dfrac{s}{\rho_0 l} = 2B, \\ \dfrac{sc^2}{V l} = \omega_1^2 = C, \\ -\dfrac{c^2}{\rho_0 V l}[\rho S u] = f(t), \qquad \text{[fonct. périodique de période T].} \end{cases}$$

Elle prend la forme :

[XI,6-2]
$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2B\frac{dU}{dt} + CU = f(t),$$

et, si nous posons :

$$\begin{cases} r = B - \dfrac{Z_A s}{2\rho_0 l}, \\ \omega^2 = C - \dfrac{sc^2}{Vl}, \\ \omega^2 = \omega_1^2 - B^2 = \dfrac{1}{l\rho_0}\left[\dfrac{\gamma p_0}{V} - \dfrac{Z_A^2 s}{2}\right], \end{cases}$$

sa solution générale peut s'écrire :

[XI,6-3]
$$\begin{cases} U = e^{-rt}[A\cos\omega t + B\sin\omega t] \\ \quad + \dfrac{1}{\omega}\displaystyle\int_0^t f(\theta)\, e^{-r(t-\theta)} \sin\omega(t-\theta)\, d\theta. \end{cases}$$

Dans le premier terme du second membre, on reconnaît l'intégrale générale de l'équation considérée *supposée privée de second membre.* Elle est une fonction périodique amortie de période : $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, où ω est la pulsation du *résonateur amorti* (et différente de ω_1), qui s'annule lorsque t est assez grand.

Quant au second terme de la solution,

[XI,6-4]
$$U_2 = \frac{1}{\omega}\int_0^t f(\theta)\, e^{-r(t-\theta)} \sin\omega(t-\theta)\, d\theta,$$

il représente une solution particulière de l'équation complète, solution particulière seule à prendre en considération lorsque t est assez grand.

On peut dire également que le premier terme définit le régime transitoire qui s'établit dans le résonateur au début de l'excitation, et que le second terme $U_2(t)$ définit le régime vibratoire permanent qui lui fait suite au bout d'un temps suffisamment long.

Nous remarquerons aussi que le coefficient r peut s'écrire :

[XI,6-5]
$$r = \frac{Z_A}{\left(\dfrac{\rho_0 c}{s}\right)} \cdot \frac{c}{l} = \frac{Z_A}{Z_G} \cdot \frac{c}{l}$$

où Z_G est l'impédance itérative du goulot labial, supérieur à Z_A mais du même ordre de grandeur. Comme l est de 1 à 3 cm et c de l'ordre de 34 000 cm, le coefficient z est de l'ordre de grandeur de 1 000 au moins. L'exponentielle e^{-rt} s'annule donc très rapidement.

B. — Si $\omega_1 = c\sqrt{\frac{1}{Vl}}$ est assez grand (et il le sera toujours si V est petit), la solution permanente $U_2(t)$ peut s'écrire (E. Esclangon) :

$$[XI,6\text{-}6] \qquad U_2(t) = \frac{1}{C}\left[f(t) - \frac{1}{\omega_1}\cdot\frac{\sin 2\varphi}{\sin\varphi}\cdot\frac{df(t)}{dt} + \frac{1}{\omega_1^2}\cdot\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi}\cdot\frac{d^2f(t)}{dt^2} - \frac{1}{\omega_1^3}\frac{\sin 4\varphi}{\sin\varphi}\cdot\frac{d^3f(t)}{dt^3} + \cdots\right],$$

où l'on a posé :

$$[XI,6\text{-}7] \qquad \left\{\begin{array}{l}\sin\varphi = \dfrac{\omega}{\omega_1} = \dfrac{\text{pulsation du résonateur non amorti}}{\text{pulsation du résonateur amorti}} \\ \qquad\qquad = \sqrt{1 - \dfrac{Z_A^2}{Z_G^2}\cdot\dfrac{V}{4\,sl}}\end{array}\right.$$

quantité qui pourra être comprise entre 0 et 1, mais aussi *ne pas exister*, notamment si V est trop grand.

Si ω_1 est assez grand (et aussi bien entendu si φ existe), la série converge et représente une solution de l'équation complète en U [XI,5-9].

Nous observerons que ω_1, dans le cas de la cavité pharyngo-buccale, a une valeur voisine de 5 000. La solution U_2 pourra donc être raisonnablement représentée par le premier terme :

$$[XI,6\text{-}8] \qquad U_2(t) = \frac{f(t)}{C} = -\frac{1}{\rho_A\, s}\,[\rho\,(t)\,S(t)\,u(t)].$$

Si l'on remplace le débit massique figurant au second membre par sa valeur tirée de la relation [II,5-2], on obtient :

$$[XI,6\text{-}9] \qquad -U_2(t) = \left[\frac{c\,\rho_0}{s\,\rho_A}\sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\sqrt{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right]\cdot\frac{S(t)}{\sqrt{1-\left(\frac{p_A}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}}\frac{S_2}{S_0^2}}}.$$

Toutefois, nous devons observer que, dans cette relation, la grandeur p_A, pression au sein du résonateur, est en réalité une fonction périodique de t, dont la période est celle du larynx T, à laquelle se superpose une période modulante $\frac{2\pi}{\omega}$ beaucoup plus petite qui est celle du « son propre » le plus grave du résonateur amorti.

C. — Le second terme de la relation [6] ajoute à $U_2(t)$ une fonction additive de même période, égale à $S'(t)$ multipliée par un coefficient petit. Comme $S(t)$ croît, passe par un maximum unique, et décroît ensuite, $S'(t)$ sera d'abord positive, puis négative. Le terme additif est donc d'abord positif, puis négatif. Le profil de $U_2(t)$ est donc modifié typiquement *par un déplacement du maximum du profil vers sa partie ascendante.*

D. — La série [XI,6-6] présente l'inconvénient de ne pas mettre en évidence la périodicité de U_2 lorsque $f(t)$ est périodique, comme c'est le cas dans la phonation. On y

remédie facilement comme suit. Si T est la période du fonctionnement laryngé et Ω sa pulsation, on a :

[XI,6-10] $$f(\theta) = f(\Omega\, t) = \sum_{1}^{\infty} A_n \sin (n\, \Omega\, t + \alpha_n),$$

et la série U_2 s'écrit :

[XI,6-11]

$$U_2 = \frac{1}{C} \left\{ f(\Omega\, t) \left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2 \frac{\sin 3\,\varphi}{\sin \varphi} + \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^4 \frac{\sin 5\,\varphi}{\sin \varphi} - \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^6 \frac{\sin 7\,\varphi}{\sin \varphi} + \cdots \right] \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\Omega} \frac{df(\Omega t)}{dt} \left[\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right) \frac{\sin 2\,\varphi}{\sin \varphi} + \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^3 \frac{\sin 4\,\varphi}{\sin \varphi} - \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^5 \frac{\sin 6\,\varphi}{\sin \varphi} + \cdots \right] \right\}$$

qui est de la forme :

[XI,6-12] $$U_2 = \frac{1}{C} \left\{ \Psi_1\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right) \cdot f(\Omega\, t) - \frac{1}{\Omega}\, \Psi_2\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right) \frac{df(\Omega\, t)}{dt} \right\}$$

Cette dernière relation met trois résultats en évidence :

1° la périodicité de U_2 par rapport à Ω (larynx) est rendue bien apparente;

2° le décours de U_2 par rapport au temps ne dépend *que de* $f(\Omega\, t)$ *et de sa dérivée première*. Ce qui signifie, — si l'on néglige u_0 dans les équations d'écoulement de la sirène laryngée, c'est-à-dire si l'on se place aux faibles intensités de la voix —, que le profil d'onde U_2 ne dépend *que de* S (*t*) *et de sa dérivée première*;

3° les coefficients $\Psi_1\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)$ et $\Psi_2\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)$ sont convergents si $\frac{\Omega}{\omega_1}$ est assez petit. Or, nous avons vu que ω_1 est de l'ordre de grandeur de 5 000. En ce qui concerne Ω, pulsation laryngée, elle est de l'ordre de 400 à 500 aux fréquences graves maximales de la voix humaine. La convergence des séries Ψ_1 et Ψ_2 n'est donc présumable qu'aux fréquences graves émises par le larynx humain.

E. — Considérons maintenant à nouveau l'expression de U_2 sous forme d'une intégrale :

[XI,6-13] $$U_2 = \frac{1}{\omega} \int_0^t f(\theta)\, e^{-r(t-\theta)} \sin \omega\, (t - \theta)\, .\, d\, \theta$$

et étudions de plus près sa structure en posant :

$$f(\Omega\, \theta) = \sum_{1}^{\infty} A_n \sin \pi\, \Omega\, \theta + \sum_{1}^{\infty} B_n \cos n\, \Omega\, \theta.$$

Comme *r* est grand, le terme exponentiel $e^{-r(t-\theta)}$ sera très petit en général, sauf lorsque l'argument $(t - \theta)$ sera lui-même nul ou très petit, et, dans de telles conditions, le terme exponentiel sera voisin de l'unité, et on aura :

$$U_2 \sim \frac{1}{\omega} \int_0^t \left[\sum_{1}^{\infty} A_n \sin (n\, \Omega\, \theta - \alpha_n) \right] \sin \omega\, (t - \theta)\, .\, d\, \theta$$

ou encore :

$$U_2 \sim \frac{1}{\omega} \int_0^t \sum_{1}^{\infty} \frac{A_n}{2} [\cos (n\, \Omega\, \theta - \alpha_n + \omega\, t - \omega\, \theta) - \cos (n\, \Omega\, \theta - \alpha_n - \omega\, t + \omega\, \theta)]\, d\theta.$$

Or la quantité entre crochets est maximale lorsque :

$$u\,\Omega\,\theta \qquad \alpha_n \sim \omega\,\theta - \omega\,t,$$

ou encore :

$$\left(\frac{u\,\Omega}{\omega} - 1\right)\theta + \left(t - \frac{\alpha_n}{\omega}\right) \sim 0.$$

Mais θ étant quelconque, ceci ne saurait se réaliser que si l'on a séparément :

[XI,6-14]
$$\begin{cases} u\,\Omega \sim \omega, \\ \alpha_n \sim \omega t \sim n\,\Omega\,\theta. \end{cases}$$

Ainsi donc, $U_2(t)$ contient une infinité de termes dont le plus grand nombre sont *voisins de zéro*, le seul terme donnant une valeur notable étant le terme tel que $n\,\Omega \sim \omega$, avec une phase α_n aussi voisine que possible de zéro.

Cela signifie que le terme (ou les deux termes) de $U_2(t)$, qui est le plus important de son développement en série de Fourier, est celui dont la période est la plus voisine possible de celle du « son propre » le plus grave du résonateur (ce dernier étant considéré *avec* son amortissement).

F. — Ce dernier fait est un résultat d'ailleurs connu, et qui admet une généralisation que nous ne nous attarderons pas à démontrer.

Si le résonateur considéré avait consisté en une suite de résonateurs couplés de volumes respectifs V_1, V_2, V_3,..., l'ensemble du système aurait admis des résonances propres graves couplées $\omega^{(1)}$, $\omega^{(2)}$, $\omega^{(3)}$,..., voisines chacune respectivement du « son propre » le plus grave de chaque résonateur considéré isolément. Dès lors le développement de $U_2(t)$ en série de Fourier aurait admis autant de « clochers » que de résonateurs, les « clochers » ayant respectivement pour pulsations les quantités $n_1\,\Omega$, $n_2\,\Omega$, $n_3\,\Omega$,..., les plus voisines des pulsations couplées correspondantes $\omega^{(1)}$, $\omega^{(2)}$, $\omega^{(3)}$, etc.

G. — Il résulte de ce qui précède que, si l'on développe en série de Fourier le débit de la sirène laryngée [II,4-1, 3, 4] :

$$Q(t) = \rho\,(t).S(t).u(t),$$

dont la période est la période T de la voix, ce développement aura des « clochers » correspondants aux périodes couplées des résonateurs sus-glottiques, c'est-à-dire les plus voisins de ces périodes couplées.

Mais nous savons que, lorsque la voix est de faible intensité, $Q(t)$ est *proportionnel* au décours $S(t)$ de la surface de l'ouverture glottique. Le développement de $S(t)$ en série de Fourier admettra donc les mêmes clochers. La dépendance sera la même si, tenant compte de la valeur u_0, le décours de $Q(t)$ est une fonction *un peu* plus compliquée de $S(t)$.

Ce résultat démontre que, dans l'émission de la voix, — les cavités sus-glottiques étant bien entendu assimilées à une suite de cavités couplées en série —, le fonctionnement de la sirène glottique (pression, vitesse, masse volumique, et surface de l'ouverture glottique) est modulé *au cours de chaque période de la voix* en fonction de chacune des périodes propres couplées des cavités sus-glottiques.

La modulation peut même être précisée comme suit : chaque période propre couplée sus-glottique impose un débit un peu plus grand, donc une surface glottique légèrement plus grande, une vitesse légèrement diminuée, une pression et une masse volumique légèrement accrues.

XI,7 RÉPERCUSSIONS GLOTTIQUES D'UN SYSTÈME ABSORBANT ET RAMENANT AU SURPLUS SUR LE LARYNX UNE IMPÉDANCE PROVENANT DE LA VARIATION RAPIDE DU PROFIL DU PAVILLON EN FONCTION DU TEMPS. CAS D'UN TUYAU « CONTRACTILE » ET ABSORBANT COUPLÉ A LA SIRÈNE GLOTTIQUE

A. — Au cours de la parole, il arrive que la cavité buccale se referme durant la tenue d'une voyelle, soit à la fin d'un mot, soit entre deux consonnes. Au surplus, nous avons vu que les absorptions pharyngo-buccales étaient considérables. Il y a donc lieu de connaître les répercussions glottiques de la variation de l'impédance ramenée qui résulte de ces deux causes. Pour éclairer ce point, nous couplerons à la sirène glottique un tuyau de longueur l à la fois *absorbant* et *contractile* évoluant en contraction, et nous étudierons la variation de l'impédance ramenée qui en résulte.

B. — Le potentiel des vitesses pour un tuyau contractile avec viscosité volumique se déduit de l'équation [VII,8-1] où nous poserons : $\frac{4}{3}\frac{\eta}{\rho_0} = \beta$. Il vient :

[XI,7-1] $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2}\sigma_t \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \sigma_t}{\partial t}\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t} + \frac{\beta}{c^2}\frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial t},$$

où nous supposerons que le tuyau se contracte en fonction exponentielle du temps :

[XI,7-2] $$S(t) = S_0 e^{-\alpha t},$$

ce qui conduit à l'équation :

[XI,7-3] $$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \alpha \frac{\partial \varphi}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial t}.$$

C. — Cherchons un potentiel de vitesses de la forme (pour l'onde directe) :

[XI,7-4] $$\varphi(x, t) = A. e^{-bx - at + i\left(qt - \frac{\omega}{c}x\right)}.$$

En substituant dans [3], en négligeant les termes en β^2, b^2 et $b\beta$ et en annulant séparément les termes en i et les termes indépendants de i, on obtient pour a, b et q :

[XI,7-5] $$\begin{cases} a = -\frac{\alpha}{2}, \\ b = \frac{1}{c^2}\frac{\beta}{2}\frac{\omega}{c}q, \end{cases}$$

tandis que q est déterminé par une équation du second degré dont la racine positive est seule à retenir (temps positifs) :

[XI,7-6] $$q = \sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4} + \beta\frac{\alpha}{2}\frac{\omega^2}{c^2}} + \beta\frac{\omega}{c}.$$

Le coefficient b peut alors s'écrire :

[XI,7-7] $$b \sim \frac{1}{c^2}\,\frac{\beta}{2}\,\frac{\omega}{c}\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4}},$$

et, si le tuyau cesse d'être contractile, il devient égal à :

$$b \sim \frac{\beta}{2}\frac{\omega^2}{c^3} = \frac{2}{3}\frac{\eta_l}{\rho_0}\frac{\omega^2}{c^3},$$

qui est bien la valeur donnée autrefois par Stokes.

Le potentiel des vitesses (onde directe) a ainsi pour expression :

[XI,7-8] $$\varphi(x, t) = \mathrm{A}\, e^{-\frac{\alpha}{2}t - \left(\frac{1}{c^2}\frac{\beta}{2}\frac{\omega}{c}\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4}}\right)x + i\left[\left(\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4} + \frac{\beta\alpha}{2}\frac{\omega^2}{c^2}} + \beta\frac{\omega}{c}\right)t - \frac{\omega}{c}x\right]}.$$

On voit que :

1° la vitesse de propagation est diminuée par l'amortissement, tandis qu'elle est augmentée par la contractilité;

2° les amplitudes varient à mesure que l'onde se propage : elles diminuent en raison de l'amortissement; tandis que, en fonction de la contractilité, elles diminuent avec le temps si le tuyau se dilate et croissent avec le temps si le tuyau se contracte;

3° la fréquence de coupure, qui est accrue par une contractilité croissante, diminue légèrement en raison des absorptions.

D. — Proposons-nous de calculer l'impédance ramenée à l'entrée par le tuyau contractile absorbant. Nous prendrons le potentiel des vitesses :

[XI,7-9] $$\varphi(x, t) = \mathrm{A}\, e^{-at - bx + i(qt - rx)} + \mathrm{B}\, e^{-at + bx + i(qt + rx)}$$

en posant :

[XI,7-10] $$\begin{cases} a = -\dfrac{\alpha}{2}, \\ b = \dfrac{\beta}{2}\dfrac{\omega}{c^3}\sqrt{\omega^2 - \dfrac{\alpha^2}{4}}, \\ q = \sqrt{\omega^2 - \dfrac{\alpha^2}{4} + \dfrac{\beta\alpha}{2}\dfrac{\omega^2}{c^2}} + \beta\dfrac{\omega}{c^2}, \\ r = \dfrac{\omega}{c}. \end{cases}$$

L'impédance Z_x en un point d'abscisse x est :

$$Z_x = \frac{\delta p}{Su} = \frac{\partial P}{\Sigma U},$$

où $\Sigma(t)$ est la section du tuyau, ici fonction du temps. Nous poserons en outre :

[XI,7-11] $$M = -\frac{\rho}{\Sigma}\cdot\frac{(a - iq)}{(b + ir)},$$

et, après des calculs élémentaires, on obtient l'impédance Z_x en fonction de l'impédance terminale Z_Λ sous la forme :

[XI,7-12] $$Z_x = M\cdot\frac{1 + \dfrac{Z_\Lambda - M}{Z_\Lambda + M}\cdot e^{2b(x-l) + i2r(x-l)}}{1 - \dfrac{Z_\Lambda - M}{Z_\Lambda + M}\cdot e^{2b(x-l) + i2r(x-l)}}$$

qui donne l'impédance ramenée Z_0 sur le larynx en y faisant : $x = 0$, d'où :

[XI,7-13] $$Z_0 = M \cdot \frac{(Z_A + M)\, e^{2bl} + (Z_A - M)\, e^{-2irl}}{(Z_A + M)\, e^{2bl} - (Z_A - M)\, e^{-2irl}}.$$

ou encore :

[XI,7-14] $$Z_0 = M \cdot \frac{Z_A + M\left(\dfrac{\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, rl}{1 + i\, \text{th}\, bl.\text{tg}\, rl}\right)}{M + Z_A\left(\dfrac{\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, rl}{1 + i\, \text{th}\, bl.\text{tg}\, rl}\right)}.$$

Nous y remplacerons M par sa valeur [11], $\text{tg}\, rl$ par $\text{tg}\, \omega \dfrac{l}{c}$, et nous laisserons la tangente hyperbolique $\text{th}\, bl$ au lieu d'écrire :

$$\text{th}\, bl = \text{th}\left(\frac{\beta\, \omega}{2\, c^3}\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4}}\right) l$$

et on obtient ainsi :

[XI,7-15] $$Z_0 = \frac{\rho\, c}{\Sigma}\left[\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\,\omega^2}} - \frac{i\,\alpha}{2\,\omega}\right]$$
$$\cdot \frac{\dfrac{\rho\, c}{\Sigma}\left[\sqrt{1 - \dfrac{\alpha^2}{4\,\omega^2}} - \dfrac{i\,\alpha}{2\,\omega}\right]\left(\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{c}\right) + Z_A\left\{1 + \dfrac{bc}{\omega}\, \text{th}\, bl.\text{tg}\, \dfrac{\omega\, l}{c} + i\left[\text{th}\, bl\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{c} - \dfrac{bc}{\omega}\right]\right\}}{Z_A\left[1 - \left(\dfrac{bc}{\omega}\right)^2\right]\left(\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{c}\right)}$$
$$+ \frac{\rho\, c}{\Sigma}\left[\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\,\omega^2}} - \frac{i\,\alpha}{2\,\omega}\right]\left[1 + \frac{bc}{\omega}\, \text{th}\, bl\, \text{tg}\, \frac{\omega l}{c} + i\left(\text{th}\, bl\, \text{tg}\, \frac{\omega\, l}{c} - \frac{bc}{\omega}\right)\right]$$

Si l'on remarque que :

[XI,7-16] $$\frac{\rho\, c}{\omega}\left[\sqrt{1 - \frac{2\,\omega^2}{\alpha^2}} - \frac{i\,\alpha}{2\,\omega}\right] = Z_i',$$

impédance itérative du tuyau contractile non absorbant, on voit que l'on a :

[XI,7-17] $$Z_0 = Z_i'$$
$$\cdot \frac{Z_i'\left(\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{c}\right) + Z_A\left[1 + \dfrac{bc}{\omega}\, \text{th}\, bl\, \text{tg}\, \dfrac{\omega c}{l} + i\left(\text{th}\, bl\, \text{tg}\, \dfrac{\omega c}{c} - \dfrac{bc}{\omega}\right)\right]}{Z_A\left[1 - \left(\dfrac{bc}{\omega}\right)^2\right]\left(\text{th}\, bl + i\, \text{tg}\, \dfrac{\omega\, l}{c}\right) + Z_i'\left\{1 + bc\, \text{th}\, bl\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{c} + i\left[\text{th}\, bl\, \text{tg}\, \dfrac{\omega l}{\omega} - \dfrac{bc}{c}\right]\right\}}$$

relation analogue à celle trouvée [Y. Rocard, Coll. Hermann, n° 544, p. 65] pour un tuyau non contractile absorbant, où l'impédance itérative $\dfrac{\rho c}{\Sigma}$ a simplement été remplacée par celle [16] du tuyau contractile.

En fait, on voit déjà que l'absorption modifie l'impédance ramenée par un tuyau contractile de la même façon qu'elle le fait pour un tuyau non contractile. On trouverait le même résultat pour le pavillon exponentiel contractile comparé au pavillon exponentiel non contractile, et cette circonstance n'est que la conséquence de la similitude des potentiels de vitesse dans ces divers cas, elle-même résultant de la *linéarité* des équations de propagation *à coefficients constants.*

On peut aussi, comme le fait Y. Rogard, confondre :

$$[\text{XI,7-18}] \qquad \begin{cases} \text{th } bl \sim bl = \left(\dfrac{\beta\omega}{2\,c^3}\sqrt{\omega^2 - \dfrac{\alpha^2}{4}}\right) l, \\ b^2 \sim 0, \end{cases}$$

et dès lors l'expression de Z_0 devient :

$$[\text{XI,7-19}] \qquad Z_0 = Z_i' \frac{Z_A + i\,Z_i' \operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c} + bl\left[Z_i' + i\,Z_A\left(\operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c} - \dfrac{c}{l\omega}\right)\right]}{Z_i' + i\,Z_A \operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c} + bl\left[Z_A + i\,Z_i'\left(\operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c} - \dfrac{c}{l\omega}\right)\right]}.$$

Rappelons que, dans cette formule :

1° Z_A est l'impédance du milieu extérieur;

2° Z_i' est l'impédance itérative du tuyau contractile supposé non absorbant, soit :

$$Z_i' = \frac{\rho\, c}{\Sigma}\left[\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\,\omega^2}} - \frac{i\alpha}{2\,\omega}\right];$$

3° b est lié à la viscosité de Stokes par la relation :

$$b = \frac{\beta\omega}{2c^3}\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4}} = \frac{2}{3}\,\frac{\eta}{\rho_0}\,\frac{\omega}{c^3}\sqrt{\omega^2 - \frac{\alpha^2}{4}}.$$

E. — Revenant au larynx et à la phonation, nous voyons que Z_0 contient toujours une *résistance* (termes réels), et que la viscosité b l'accroît dans tous les cas.

Le gain est particulièrement intéressant lorsque l'impédance extérieure est faible (chant à l'air libre), car, puisque $\operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c}$ est toujours petit, on a alors :

$$[\text{XI,7-20}] \qquad Z_0 = Z_i' \frac{bl + i \operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c}}{1 + ibl\left(\operatorname{tg} \dfrac{\omega l}{c} - \dfrac{c}{\omega l}\right)} \sim Z_i'.bl.$$

Il apparaît ainsi que les absorptions intra-pharyngo-buccales contribuent fortement à élever l'impédance ramenée sur le larynx.

F. — Pour mieux voir comment varie l'impédance ramenée sur le larynx sous l'effet d'un rapetissement rapide du conduit pharyngo-buccal, écrivons l'impédance ramenée Z_0 en y annulant les termes d'absorption. Il vient :

$$[\text{XI,7-21}] \quad Z_0 = \left[\frac{\rho\, c}{S}\cdot\frac{\left(\dfrac{\alpha}{2} + iq\right)}{i\omega}\right]\cdot\frac{Z_A + \left[\dfrac{\rho\, c}{S}\cdot\dfrac{\left(\dfrac{\alpha}{2} + iq\right)}{i\,\omega}\right] i \operatorname{tg} \omega\,\dfrac{l}{c}}{Z_A\,.\,i \operatorname{tg} \omega\,\dfrac{l}{c} + \left[\dfrac{\rho\, c}{S}\cdot\dfrac{\left(\dfrac{\alpha}{2} + iq\right)}{i\,\omega}\right]},$$

relation identique à celle qui exprime l'impédance ramenée par un tuyau *invariable*, mais où l'impédance itérative $\frac{\rho c}{S}$ a été remplacée par :

$$[XI,7\text{-}22] \qquad Z_i' = \frac{\rho c}{S} \cdot \frac{\left(\frac{\alpha}{2} + iq\right)}{i\omega} = \frac{\rho c}{S}\left[\sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4\omega^2}} - i\frac{\alpha}{2\omega}\right].$$

Cette nouvelle impédance itérative est toujours imaginaire s'il y a propagation, et devient imaginaire pure (c'est-à-dire réactance) si aucune propagation n'a lieu.

On voit facilement comment Z_0 varie, lorsque la section du tuyau $S(t)$ se rapetisse, en posant :

$$[XI,7\text{-}23] \qquad \frac{\rho cq}{\omega} = a, \qquad \frac{\rho c \alpha}{2\omega} = b, \qquad \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

ce qui permet d'écrire :

$$[XI,7\text{-}24] \qquad Z_0 = (a - bi) \cdot \frac{Z_\Lambda + \frac{i}{S(t)}(a - bi)\operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda}}{(a - bi) + i\,S(t)\,Z_\Lambda \operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda}}.$$

On voit que, aux fréquences relativement graves de la voix humaine masculine :

1° Z_0 croît lorsque $S(t)$ décroît, et devient infinie lorsque : $S(t) = 0$;

2° si $\operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda}$ est petit, mais > 0, Z_0 est minimale et voisine de Z_Λ;

3° si $\operatorname{tg}\frac{2\pi l}{\lambda}$ est très grande et > 0, comme c'est le cas à la résonance, Z_0 croît comme $\frac{1}{[S(t)]^2}$, donc croît plus vite, et garde une partie imaginaire.

G. — Revenons maintenant au fonctionnement de la sirène laryngée, à travers laquelle s'écoule, à chaque ouverture de la glotte, une bouffée d'air à la pression terminale $p(t)$, de masse volumique $\rho\,(t)$ et avec la vitesse $u(t)$, ces trois grandeurs étant fonction des données trachéales p_0, ρ_0, u_0 et S_0 et de la seule quantité variable $S(t)$, surface de l'ouverture glottique. [Ne pas confondre ici $S(t)$, surface de l'ouverture glottique, avec la notation précédente représentant la section variable du tuyau, que nous désignerons dès lors à nouveau par $\Sigma\,(t)$.]

Nous voyons que si $\Sigma\,(t)$ décroît, l'impédance ramenée Z_0 croît, et qu'en conséquence la surface glottique $S(t)$ va croître, comme nous l'avons analysé plus haut.

Nous en avons une confirmation expérimentale dans l'examen des glottogrammes enregistrés sur des finales d'émissions de voyelles, soit situées en fin de mot, soit situées entre deux consonnes : dans les deux cas, l'ouverture buccale se referme en général jusqu'à une occlusion complète. On voit les glottogrammes *gagner en amplitude durant la dernière dizaine de périodes qui précède l'extinction du son*, puis se terminer presque brusquement. Parfois, les glottogrammes se poursuivent après la cessation du son, mais alors ils diminuent graduellement d'amplitude : il y a eu comportement phonatoire du larynx sans transit aérien à travers la glotte.

Sur ces finales d'émission, on voit aussi *les périodes s'agrandir graduellement*, conséquence banale de la diminution de section du tuyau, dont la pulsation est devenue plus petite, donc la période plus grande (voir § VI,3, B).

Au voisinage d'une résonance, soit donc ici pour $\operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda} \sim \infty$, l'impédance ramenée Z_0 croît également lorsque $\Sigma(t)$ décroît, et même plus vite. Dès lors $S(t)$ croît beaucoup, ce que l'on observe effectivement en étudiant notamment des finales de voyelles fermées postérieures, telles que *u* et *eu*.

L'ensemble de ces faits et de ces constatations expérimentales montre bien que le larynx constitue une sirène très particulière, caractérisée par *une fente glottique qui adapte sa surface, à chaque instant et avec une grande sensibilité, aux impédances ramenées sur elle à la fois : soit par le rayonnement extérieur, soit par la configuration du pavillon, soit enfin par les états résonantiels sus-glottiques éventuellements réalisés.*

IX,8 CONCLUSIONS RELATIVES A LA TROISIÈME PARTIE ET VUE D'ENSEMBLE SUR LE FONCTIONNEMENT PHONATOIRE DU PAVILLON COUPLÉ A LA SIRÈNE GLOTTIQUE

A. — L'ensemble des faits expérimentaux présentés dans ce travail met en évidence que le fonctionnement phonatoire du larynx est *très étroitement couplé avec la propagation acoustique qui s'organise au sein du pavillon qui lui fait suite.* Il s'agit d'un couplage par l'impédance ramenée, donc d'un type assez banal.

Par contre, ce qui particularise le système générateur glottique, c'est que ce couplage ne s'exerce pas sur la *fréquence* produite, puisque celle-ci est imposée par un mécanisme extérieur au système, mais sur la *fourniture de pressions* produite par le larynx.

Et ici apparaît une seconde particularité. Dans la sirène laryngée, c'est *l'ouverture de la fente glottique qui s'accomode* à chaque instant, en surface et en morphologie, et de façon quasi instantanée, aux impédances ramenées modulatrices du débit glottique.

Nous avons montré comment cette accommodation de la surface glottique était à chaque instant *perceptible* (grâce à la glottographie laryngée de Philippe Fabre), combien elle était *importante*, et aussi combien elle était *nuancée* dans son décours au sein de chaque période glottique.

B. — Ces faits expérimentaux conduisent également à une révision des rôles traditionnellement accordés au pavillon pharyngo-buccal pendant la phonation.

On sait que, jusqu'à nos jours, on n'accordait guère aux cavités sus-glottiques qu'un seul rôle phonatoire : celui consistant à introduire, au sein des fournitures de pressions transmises, des *distorsions d'amplitudes* génératrices des *différenciations vocaliques* bien connues. C'est même là l'essentiel de la théorie centenaire de Helmholtz, sur laquelle repose encore, à des détails près, toute la phonétique actuelle des voyelles.

Or nous voyons que, en sus de ces actions de distorsions indéniables, le pavillon pharyngo-buccal exerce encore, dans la phonation, au moins trois autres rôles non moins importants :

1° un rôle de *transformateur d'impédance*;

2° un rôle de *protection* des fins mécanismes neuro-musculaires glottiques par l'impédance qu'il ramène à chaque instant sur le larynx;

3° un rôle physiologique, cette fois, de *récepteur intéroceptif* branché sur les pressions acoustiques intra-cavitaires, et donnant naissance à des efférences sensitives de destinées multiples.

Ajoutons pour terminer quelques mots sur chacun d'eux.

C. — Le rôle de *transformateur d'impédance* du pavillon pharyngo-buccal est banal : il appartient en fait à tous les pavillons.

Mais ce qui est caractéristique de cette action est ici que l'impédance ramenée par lui sur le larynx est toujours *très élevée en moyenne*, et que, au surplus, elle peut varier dans d'*énormes limites*. Son taux le plus faible s'observe dans le chant à l'air libre, sur des voyelles ouvertes émises avec une grande ouverture buccale. Son taux le plus élevé s'observe dans un local très réverbérant, sur l'émission des voyelles fermées, et il peut croître jusqu'à l'infini (si on referme la bouche).

Nous avons vu que quatre facteurs essentiels pouvaient intervenir pour accroître l'impédance ramenée (en dehors bien entendu d'une élévation de l'impédance extérieure) :

1° le taux des absorptions intra-cavitaires (nous avons vu qu'elles étaient très élevées, et plus grandes pour les voyelles fermées que pour les voyelles ouvertes);

2° le rapetissement statique de l'ouverture buccale;

3° le mouvement général de constriction du pavillon en ses dimensions transversales;

4° enfin l'adoption de postures pharyngo-buccales particulières, et notamment l'adoption de postures permettant de réaliser (ou d'approcher) des états résonantiels assez marqués sur certains harmoniques de la fourniture laryngée et en certaines régions plus ou moins délimitées du pavillon.

Nous avons mis en évidence expérimentalement, et expliqué par la théorie, l'existence de deux sortes d'effets impédanciels bien nettement différenciables au niveau du larynx, selon l'origine de l'impédance ramenée.

Lorsque l'accroissement de l'impédance ramenée provient d'un accroissement de l'impédance de *rayonnement*, les surfaces glottiques croissent en restant du même type *monomodal*. Le glottogramme se modifie simplement comme suit :

1° le sommet glisse vers la gauche (ouverture de la glotte plus rapide);

2° le sommet s'élève (ouverture plus ample);

3° la phase d'occlusion diminue (ouverture plus longue).

Lorsque l'accroissement de l'impédance ramenée provient du *pavillon* (changement de profil, orifice de sortie plus petit, constriction du pavillon durant l'émission, apparition de résonances, élévation des absorptions, pertes de charges latérales par

nasalisation, etc.), il se superpose aux modifications relatées ci-dessus des modifications secondaires *beaucoup plus nuancées :* elles portent sur la dérivée première de la surface glottique en fonction du temps. Les glottogrammes deviennent moins réguliers (plus pointus, presque trapézoïdaux, presque carrés, etc.). Nous avons pu montrer que ces modifications fines supplémentaires étaient commandées par des modifications fines correspondantes du débit de la sirène laryngée, et que ces dernières étaient liées aux modifications de configuration du pavillon et aux *états résonantiels* susceptibles d'apparaître : elles sont donc imposées en fin de compte par le *spectre de « sons propres »* du pavillon.

D. — Le rôle de *protection* des fins mécanismes neuro-musculaires laryngés par l'impédance ramenée est plus subtil, mais donne toute sa valeur physiologique normative à cette fonction.

Pendant toute la durée d'une période phonatoire, les cordes vocales ont une *raideur* R, *grosso modo constante* et résultant de leur tonus, qui s'oppose à l'excursion latérale de leur bord libre. Dès qu'une salve d'influx récurrentiels moteurs parvient aux muscles thyro-aryténoïdiens internes, la brusque *contraction simultanée* qui s'ensuit de leurs fibrilles s'insérant sur le bord libre des cordes vocales développe une sorte de percussion « en clocher », ultra-brève. Sa valeur part de zéro, atteint un maximum D très élevé (supérieur à R), et revient à zéro avec le retour des fibrilles à leur état initial. Cette « percussion dilatatrice » provoque donc immédiatement l'écartement des bords de la glotte.

Lorsque les bords de la fente glottique sont ainsi séparés par la contraction des fibrilles musculaires des cordes vocales, la pression du fluide qui s'y précipite, *modulée par l'impédance ramenée* Z_0 *dans le sens d'un accroissement*, favorise l'écartement des bords de la glotte en s'ajoutant à la force dilatatrice D-R. Cette force dilatatrice, d'abord positive, décroît lorsque D diminue, puis devient négative : dès lors commence la phase de rapprochement des cordes vocales.

Ainsi, l'impédance ramenée Z_0 *soulage l'action dilatatrice* qui provient, au début de chaque période, de la contraction « en phase » des fibrilles des cordes vocales qui s'insèrent « en dents de peigne » sur le mur interne de la glotte. Elle tend donc à *diminuer le risque d'arrachement* de ces fines insertions, arrachements générateurs des nodules des cordes vocales.

E. — Le rôle de *récepteur intéroceptif* du pavillon pharyngo-buccal, pendant la phonation, n'est connu et analysé que depuis peu (malgré que, depuis plus d'un siècle, les grands chanteurs de toutes les époques ont attiré l'attention des laryngologistes sur l'importance des sensibilités internes pharyngo-buccales durant l'exercice du chant théâtral).

Nous l'avons exploré par de multiples expériences. Il stimule le tonus du sphincter laryngien, mais ce rôle excito-tonique réflexe appartient à toutes les afférences réticulaires issues de tous les systèmes kinesthésiques et stato-kinétiques du soma. Le mécanisme mis en jeu est celui du système ascendant diffus mis en évidence par les travaux de Moruzzi et de Magoun.

Cependant, en ce qui concerne les efférences sensitives issues du pavillon pharyngo-buccal, on doit noter que leur importance particulière provient de la richesse en

terminaisons sensitives libres qui est l'apanage de l'extrémité orale du tube digestif des mammifères, héritage précieux transmis par la phylogénie. Comme le dit le psychologue russe N. I. Jinkine, la muqueuse du carrefour aéro-digestif est un véritable « piège à réflexes », et la phonation n'est pas la seule fonction qui en bénéficie (on pourrait citer aussi : la respiration, la déglutition, la mastication, etc.).

Mais ce rôle excito-tonique réflexe des réceptions intéroceptives du pavillon pharyngo-buccal n'est point le seul qui leur est dévolu, ni même le plus important. Les influx sensitifs centripètes ne s'arrêtent pas au niveau du bulbe, mais gagnent le cortex cérébral et, là, viennent éveiller l'activité des aires somesthésiques. De là, ils gagnent les aires dévolues à *somatognosie*, où s'élabore la « connaissance de soi » par le sujet. Ils sont alors intégrés au sein d'un *shéma corporel vocal*, analysé par Soulairac, par lequel le sujet connaît à chaque instant, apprécie en qualité, et adapte s'il y a lieu, son émission vocale. Nous ne pouvons, dans le cadre du présent travail, nous étendre sur la nature de ces phénomènes, nonobstant leur intérêt et leur importance.

BIBLIOGRAPHIE

[1] N. N. Andreyev et I. G. Rusakov. — *Acoustics of a Moving Medium*, Gostekhizdat, Moscou (1934).

[2] L. Auger. — *Oscillations auto-entretenues dans les tuyaux sonores à anches battantes.* Thèse Fac. Sci., Paris (1943).

[3] J. Van den Berg. — *Direct and indirect determination of the mean subglottic pressure.* Folia Phoniatrica, 8, 1-24 (1956).

[4] D. I. Blokhintsev. — *Propagation of sound in a turbulent flow.* Doklady Akademii Nauk SSSR, 46, 136 (1945).

[5] Cagniard-Latour. — *Sur la pression à laquelle l'air contenu dans la trachée-artère se trouve soumis pendant la phonation.* C. R. de l'Académie des Sciences, 4, 101 (1837).

[6] Cuvier. — *Leçons d'anatomie comparée*, Paris (1807).

[7] G. Darboux. — *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, t. IV, note 1, p. 355, Gauthier-Villars, Paris (1896).

[8] Dequevauviller. — *Mémoire manuscrit conservé dans les Archives de l'Académie des Sciences*, Paris (1840).

[9] A. Djian. — Voir R. Husson et A. Djian.

[10] M. Duvelleroy. — *La glottographie en module et en phase, moyen d'étude des schémas électriques équivalents au larynx.* Thèse Fac. Méd., Paris (1961).

[11] E. Esclangon. — *L'acoustique des canons et des projectiles.* Extrait du Mémorial de l'Artillerie Française, Paris, Gauthier-Villars (1925).

[12] Ph. Fabre. — *Un procédé électrique percutané d'inscription de l'accolement glottique au cours de la phonation : glottographie de haute fréquence. Premiers résultats.* Bull. Acad. Nat. Méd., nos 3-4, 66 (1957).

[13] Ph. Fabre. — *Étude comparée des glottogrammes et des phonogrammes de la voix humaine* (Ann. d'Otolaryng., 75, 10-11, 767-775 (1958).

[14] Ph. Fabre, R. Husson et R. Roelens. — *Étude expérimentale du comportement phonatoire des cordes vocales par la glottographie électrique.* C. R. de l'Académie des Sciences, 248, 3041 (1959).

[15] Ph. Fabre. — *La glottographie électrique en haute fréquence : particularités de l'appareillage.* C. R. Soc. Biol., CL III, 8-9, 1361 (1959).

[16] Ph. Fabre. — *Glottographie respiratoire : appareillage et premiers résultats.* C. R. de l'Académie des Sciences, 252, 1386 (1961).

[17] Ph. Fabre, R. Saumont et R. Roelens. — *Laryngographie électrique de haute fréquence en régime phonatoire d'attaque, unique ou répété.* C. R. de l'Académie des Sciences, 252, 3485 (1961).

[18] Ph. Fabre. — *Glottographie respiratoire.* Ann. d'Otolaryng., 78, 12, 814-824 (1961).

[19] J. Favard. — *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique.* I : *Introduction, opérations.* II : *Représentations, fonctions analytiques.* T. III, fasc. I : *Équations différentielles.* T. III, fasc. II : *Équations aux dérivées partielles, équations intégrales, calcul des variations.* Gauthier-Villars, Paris (1960-1963).

[20] W. W. Fletcher. — *A study of internal laryngeal activity in relation to vocal intensity.* Ph. D. Thesis, Northwestern Univ. (1950).

[21] H. Fischer et H. Gerken. — *Le larynx de la chauve-souris (MYOTIS myotis) et le larynx humain.* Ann. d'Otolaryng., 78, no 9 577-585 (1961).

[22] Ed.-J. Garde. — *La Voix*. Coll. « Que Sais-je? », n° 627, Presses Universitaires de France (1954).

[23] K. Goerttler. — *Die Anordnung, Histologie und Histogenese des quergestreiften Muskulatur in menschlichen Stimmband*. Zeitschr. f. Anat. u. Entwickl., 115, 352-401 (1950) (Fondamental).

[24] Helmholtz. — *Lehre von den Tonempfindungen* (1re éd., 1863). — Bibliographie complète et détaillée publiée par B. Hala, dans *Nature Acoustique des Voyelles*. Acta Universitatis Carolinae, Philologica, V, 1-119 (1956).

[25] R. Husson. — *Réaction du résonateur pharyngien sur la vibration des cordes vocales pendant la phonation*. C. R. de l'Académie des Sciences, 196, 1535 (1933).

[26] R. Husson. — *Étude théorique et expérimentale de la réaction du résonateur pharyngien sur la vibration des cordes vocales pendant la phonation*. Revue Française de Phoniatrie, I, 2, 106-167 (1933).

[27] R. Husson. — *Étude des phénomènes physiologiques et acoustiques fondamentaux de la voix chantée*. Thèse Fac. Sci, Paris (17 juin 1950) et Revue Scientifique, 88, 67-112, 131-146 et 217-235 (1950). Couronnée par l'Institut de France, Prix de Physiologie, 1951.

[28] R. Husson et A. Djian. — *Tomographie et Phonation*. Journal Radiol. et Electrol., 33, 127-135 (1952).

[29] R. Husson. — *L'acoustique des salles du point de vue du chanteur et de l'orateur*. Cahiers d'Acoustique, IV (1952).

[30] R. Husson. — *Étude expérimentale au cours de la phonation des organes phonateurs en tant que récepteurs intéro- et proprioceptifs, et des régulations efférentes*. Journal de Physiol., 44, 268 (1952).

[31] R. Husson. — *Importance phonatoire majeure dans le chant des afférences non spécifiques somatiques et végétatives et des mécanismes facilitateurs et inhibiteurs réticulés*. Revue de Laryngol., Bordeaux, suppl. de février 1953, 177-182.

[32] R. Husson. — *Physiologie de la vibration des cordes vocales*. C. R. de l'Académie des Sciences, 241, 242 (1955).

[23] R. Husson. — *Physiologie phonatoire de larynx*. Encyclopédie médico-chirurgicale, vol. O-R-L, 20632 B 10 (décembre 1955).

[34] R. Husson et L. Pimonow. — *Facteurs acoustiques des voyelles humaines non nasalisées et fréquence de coupure du pavillon pharyngo-buccal*. C. R. de l'Académie des Sciences, 244, 1261 (1957).

[35] R. Husson. — *Facteur acoustiques des voyelles humaines nasalisées et genèse physiologique de ces facteurs*. C. R. de l'Académie des Sciences, 244, 2551, (1957).

[36] R. Husson. — *Acoustique et Physiologie phonatoires*. Journal de Physique et le Radium, 18, n° 3, 23 A-36 A (1957).

[37] R. Husson. — *Étude expérimentale de l'impédance ramenée sur le larynx par le pavillon pharyngo-buccal et du mécanisme protecteur des cordes vocales qu'elle constitue pendant la phonation*. C. R. de l'Académie des Sciences, 248, 2034 (1959).

[38] R. Husson. — *Structure acoustique des voyelles en « spectres de bandes » résultant de l'étude expérimentale des transferts énergétiques internes et des absorptions exercées par le pavillon pharyngo-bucco-nasal sur les fournitures laryngées*. C. R. de l'Académie des Sciences, 251, 457 (1960).

[39] R. Husson. — *Principaux rôles physiologiques dévolus au pavillon pharyngo-buccal pendant la phonation*. C. R. de l'Académie des Sciences, 251, 1573 (1960).

[40] R. Husson. — *Étude physique du fonctionnement de la glotte de l'Homme et des chiroptères pendant la phonation, et genèse de la pression acoustique créée au sortir du larynx*. C. R. de l'Académie des Sciences, 254, 3250 (1962).

[41] R. Husson. — *Vergleichend-phonatorisches Verhalten der Stimmuskeln in Sing-und Sprechstimme*. Archiv. Ohren- usw. Heilk. u. Z. Hals- usw. Heilk., Bd. 180, H. 2, 790-793 (1962).

[41 *bis*] R. Husson. — *Physiologie de la Phonation*. 590 p., 219 fig., Masson, Paris (1962). (Contient biblio. étendue.)

[42] R. Husson. — *Révision générale de la genèse du timbre des voyelles humaines sur la base de l'étude expérimentale des phénomènes physiques ayant leur siège au sein de la cavité pharyngo-buccale pendant la phonation.* C. R. de l'Académie des Sciences, 256, 5210 (1963).

[43] N. I. Jinkine. — *Les mécanismes de la parole* [en langue russe]. Édit. de l'Académie des Sciences Pédag., Moscou (1958).

[44] A. M. Obukhov. — *On the scattering of sound in a turbulent flow* (Doklady Akademii Naouk SSSR, 30, 611 (1941).

[45] M. Oreskovic. — Comm. personnelle (octobre 1961).

[46] G. W. Pierce et D. R. Griffin. — *Experimental determination of supersonic votes emitted by Bats.* J. Mammal., 19, 454 (1938).

[47] L. Pimonow, P. Pouteaux et R. Husson. — *Modifications des spectres acoustiques et absorptions exercées par le pavillon pharyngo-bucco-nasal pendant la phonation.* C. R. de l'Académie des Sciences, 251, 457 (1960).

[48] J. Piquet et G. Decroix. — *Étude expérimentale peropératoire du rôle de la pression sous-glottique sur la vibration des cordes vocales.* C. R. de l'Académie des Sciences, 242, 1223 (1956).

[49] Rayleigh (Lord). — *The theory of sound*, t. I et II, 2e éd., Macmillan, Londres (1894).

[50] Y. Rocard. — *Propagation et absorption du son.* Actualités Scientifiques et Industrielles, n° 222, Hermann, Paris (1935).

[51] Y. Rocard. — *Les phénomènes d'auto-oscillation dans les installations hydrauliques.* Actualités Scientifiques et Industrielles, n° 544, Hermann, Paris (1937).

[52] Y. Rocard. — *Dynamique générale des vibrations.* 3e éd., Paris (1960), Masson.

[53] Eug. Roudakov. — Comm. personnelle (Mars 1958).

[54] O. Sabouraud et F. Grémy. — *Sur la possibilité de mouvements des cordes vocales sans émission sonore.* Soc. Biol. Paris, 28 juin 1958, CLII, n° 6, 953 (1958).

[55] E. Sebastiani-Tetti. — *Modifications de la vibration des cordes vocales par réfrigération expérimentale unilatérale du trijumeau.* Congrès A.F.E.P.L., Paris, (16-19 octobre 1957).

[56] A. Soulairac. — *Sensibilités internes et phonation : centres, voies, mécanismes, rôles.* Revue Laryngol. Bordeaux, suppl. de novembre 1955, 667-674.

[57] Stokes. — Cambridge Transactions, vol. IX, § 49 (1851). — Cité d'après Lord Rayleigh, The Theory of Sound, II, 315.

[58] V. I. Tatarski. — *On the theory of propagation of sound waves in a turbulent flow.* Journal Experimentalnoï i teoretitcheskoï Figiki, 25, 74 (1953).

[59] G. Ungeheuer. — *Elemente einer akustischen Theorie der Vokalartikulation.* Springer, Berlin (1962).

[60] G. Valiron. — *Cours d'Analyse mathématique.* T. I : *Théorie des fonctions.* T. II : *Équations fonctionnelles et applications.* 2e éd., Masson, Paris (1950).

[61] D. Weiss. — *Zur Frage der Registerbruchstellen. Die Wirkung der vorgeschalteter Resonanzröhren auf die Stimme.* Zeitschr. f. Hals-usw. Heilk., Baud 30, H. 3, 353-358 (1932).

[62] Vogel et Wien. — *Zungenpfeife und Röhrensender.* Annalen der Physik, IV Folge, 62 (1920).

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

ONDES ÉVANESCENTES EN ACOUSTIQUE ET EN OPTIQUE ET ONDES CONIQUES SÉISMIQUES DE CAGNIARD

Vu et approuvé :

Paris, le 22 novembre 1963.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

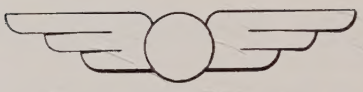
Marc ZAMANSKY.

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE.

SEDOCAR



IMPRIMERIE

101052. — Imprimerie du SEDOCAR., 4, avenue de la Porte-d'Issy, PARIS-XVe
avec la collaboration de l'Imprimerie Durand (Luisant-Chartres).

SEDOCAR

IMPRIMERIE